

# Konstruktionen nur mit Zirkel: Satz von Mohr-Mascheroni

**Satz von Mohr-Mascheroni.**

**Satz von Mohr-Mascheroni.** *Jede geometrische Konstruktion,*

# Konstruktionen nur mit Zirkel: Satz von Mohr-Mascheroni

**Satz von Mohr-Mascheroni.** *Jede geometrische Konstruktion, die mit Zirkel und Lineal durchgeführt werden kann,*

**Satz von Mohr-Mascheroni.** *Jede geometrische Konstruktion, die mit Zirkel und Lineal durchgeführt werden kann, kann NUR mit Zirkel durchgeführt werden*

# Konstruktionen nur mit Zirkel: Satz von Mohr-Mascheroni

**Satz von Mohr-Mascheroni.** *Jede geometrische Konstruktion, die mit Zirkel und Lineal durchgeführt werden kann, kann NUR mit Zirkel durchgeführt werden*

Konvention.

# Konstruktionen nur mit Zirkel: Satz von Mohr-Mascheroni

**Satz von Mohr-Mascheroni.** *Jede geometrische Konstruktion, die mit Zirkel und Lineal durchgeführt werden kann, kann NUR mit Zirkel durchgeführt werden*

**Konvention.** Wir sagen, dass wir eine Gerade mit Zirkel konstruiert haben,

# Konstruktionen nur mit Zirkel: Satz von Mohr-Mascheroni

**Satz von Mohr-Mascheroni.** *Jede geometrische Konstruktion, die mit Zirkel und Lineal durchgeführt werden kann, kann NUR mit Zirkel durchgeführt werden*

**Konvention.** Wir sagen, dass wir eine Gerade mit Zirkel konstruiert haben, falls wir 2 Punkte der Geraden konstruiert haben.

# Konstruktionen nur mit Zirkel: Satz von Mohr-Mascheroni

**Satz von Mohr-Mascheroni.** *Jede geometrische Konstruktion, die mit Zirkel und Lineal durchgeführt werden kann, kann NUR mit Zirkel durchgeführt werden*

**Konvention.** Wir sagen, dass wir eine Gerade mit Zirkel konstruiert haben, falls wir 2 Punkte der Geraden konstruiert haben.



# Wiederholung.

**Wiederholung.** Wir definieren den Begriff „konstruierbar“

**Wiederholung.** Wir definieren den Begriff „**konstruierbar**“ durch die folgenden Festlegungen:

**Wiederholung.** Wir definieren den Begriff „**konstruierbar**“ durch die folgenden Festlegungen:

(a) Die Gerade durch zwei verschiedene gegebene Punkte ist konstruierbar.

**Wiederholung.** Wir definieren den Begriff „**konstruierbar**“ durch die folgenden Festlegungen:

(a) Die Gerade durch zwei verschiedene gegebene Punkte ist konstruierbar. (b) Der Kreis um einen gegebenen Punkt dessen Radius gleich dem Abstand zwischen zwei gegebenen Punkten ist, ist konstruierbar.

**Wiederholung.** Wir definieren den Begriff „**konstruierbar**“ durch die folgenden Festlegungen:

- (a) Die Gerade durch zwei verschiedene gegebene Punkte ist konstruierbar.
- (b) Der Kreis um einen gegebenen Punkt dessen Radius gleich dem Abstand zwischen zwei gegebenen Punkten ist, ist konstruierbar.
- (c) Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden,

**Wiederholung.** Wir definieren den Begriff „konstruierbar“ durch die folgenden Festlegungen:

- (a) Die Gerade durch zwei verschiedene gegebene Punkte ist konstruierbar.
- (b) Der Kreis um einen gegebenen Punkt dessen Radius gleich dem Abstand zwischen zwei gegebenen Punkten ist, ist konstruierbar.
- (c) Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden,
- (d) die Schnittpunkte eines gegebenen Kreises und einer den Kreis schneidenden gegebenen Geraden,

**Wiederholung.** Wir definieren den Begriff „konstruierbar“ durch die folgenden Festlegungen:

- (a) Die Gerade durch zwei verschiedene gegebene Punkte ist konstruierbar.
- (b) Der Kreis um einen gegebenen Punkt dessen Radius gleich dem Abstand zwischen zwei gegebenen Punkten ist, ist konstruierbar.
- (c) Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden,
- (d) die Schnittpunkte eines gegebenen Kreises und einer den Kreis schneidenden gegebenen Geraden,
- (e) Die Schnittpunkte von zwei sich schneidenden gegebenen Kreisen sind konstruierbar.

**Wiederholung.** Wir definieren den Begriff „konstruierbar“ durch die folgenden Festlegungen:

(a) Die Gerade durch zwei verschiedene gegebene Punkte ist konstruierbar. (b) Der Kreis um einen gegebenen Punkt dessen Radius gleich dem Abstand zwischen zwei gegebenen Punkten ist, ist konstruierbar. (c) Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden, (d) die Schnittpunkte eines gegebenen Kreises und einer den Kreis schneidenden gegebenen Geraden, (e) Die Schnittpunkte von zwei sich schneidenden gegebenen Kreisen sind konstruierbar.

Wir sagen dann, das Objekt  $a$  sei bei Vorgabe der Objekte  $a_1, \dots, a_k$  *konstruierbar*,

**Wiederholung.** Wir definieren den Begriff „konstruierbar“ durch die folgenden Festlegungen:

- (a) Die Gerade durch zwei verschiedene gegebene Punkte ist konstruierbar.
- (b) Der Kreis um einen gegebenen Punkt dessen Radius gleich dem Abstand zwischen zwei gegebenen Punkten ist, ist konstruierbar.
- (c) Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden,
- (d) die Schnittpunkte eines gegebenen Kreises und einer den Kreis schneidenden gegebenen Geraden,
- (e) Die Schnittpunkte von zwei sich schneidenden gegebenen Kreisen sind konstruierbar.

Wir sagen dann, das Objekt  $a$  sei bei Vorgabe der Objekte  $a_1, \dots, a_k$  *konstruierbar*, wenn es Objekte  $a_{k+1}, \dots, a_n = a$  gibt, so dass  $a_j$  bei Vorgabe der Objekte  $a_1, \dots, a_{j-1}$  konstruierbar ist für  $j = k + 1, \dots, n$ .

**Wiederholung.** Wir definieren den Begriff „konstruierbar“ durch die folgenden Festlegungen:

- (a) Die Gerade durch zwei verschiedene gegebene Punkte ist konstruierbar.
- (b) Der Kreis um einen gegebenen Punkt dessen Radius gleich dem Abstand zwischen zwei gegebenen Punkten ist, ist konstruierbar.
- (c) Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden,
- (d) die Schnittpunkte eines gegebenen Kreises und einer den Kreis schneidenden gegebenen Geraden,
- (e) Die Schnittpunkte von zwei sich schneidenden gegebenen Kreisen sind konstruierbar.

Wir sagen dann, das Objekt  $a$  sei bei Vorgabe der Objekte  $a_1, \dots, a_k$  *konstruierbar*, wenn es Objekte  $a_{k+1}, \dots, a_n = a$  gibt, so dass  $a_j$  bei Vorgabe der Objekte  $a_1, \dots, a_{j-1}$  konstruierbar ist für  $j = k + 1, \dots, n$ .

**Z.z.: alle 5 Basis-Konstruktionen (a,b,c,d,e) kann man nur mit Zirkel durchführen.**

- (a) folgt aus Konvention auf der vorherigen Seite. Wir zeigen aber, dann wenn wir zwei Punkten einer Geraden konstruiert haben, dann können wir beliebig viele Punkten der Geraden konstruieren.
- (b,e) sind trivial
- (c,d) sind nichtrivial; wir zeigen wie man sie durchführt in diesem Abschnitt.

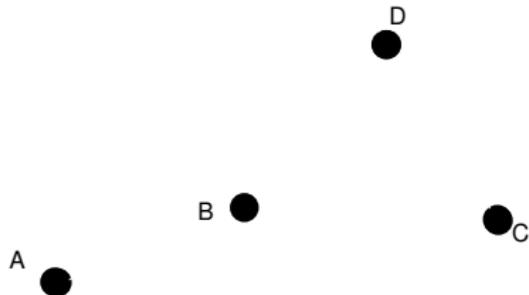
## (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

# (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

## Aufgabe

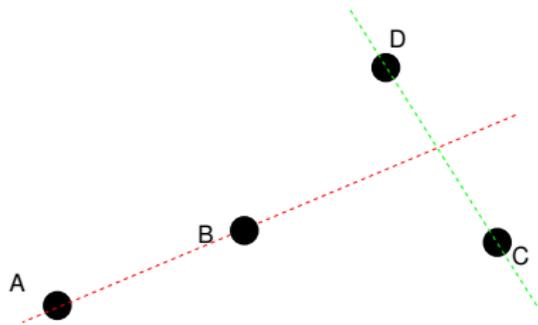
# (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

**Aufgabe**  $A, B, C, D$  sind gegeben.



# (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

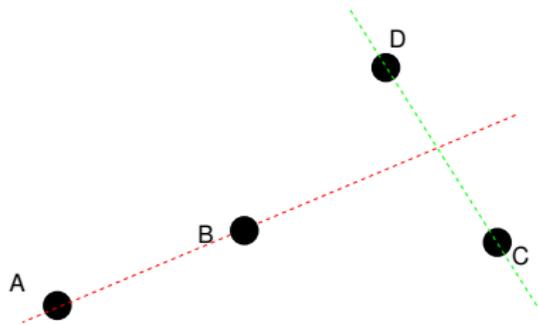
**Aufgabe**  $A, B, C, D$  sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ .



# (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

**Aufgabe**  $A, B, C, D$  sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ .

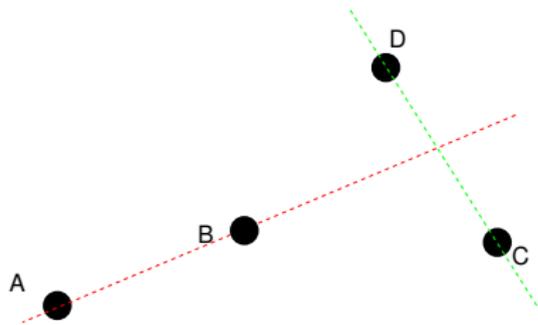
**Lösung**



# (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

**Aufgabe**  $A, B, C, D$  sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ .

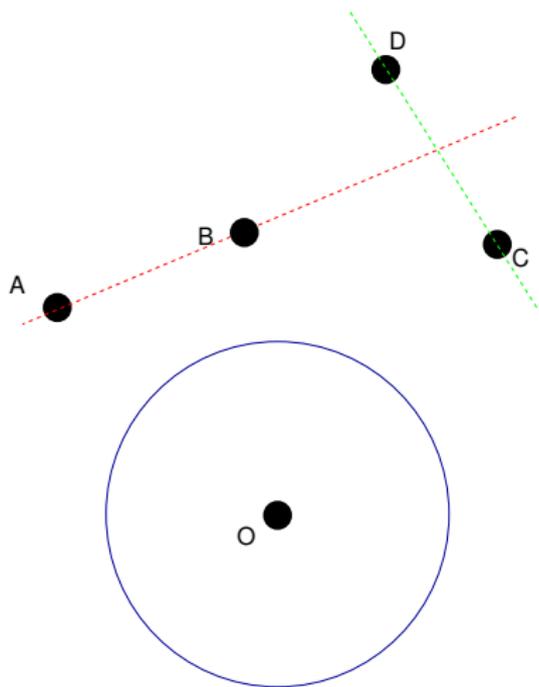
**Lösung**



## (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

**Aufgabe**  $A, B, C, D$  sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ .

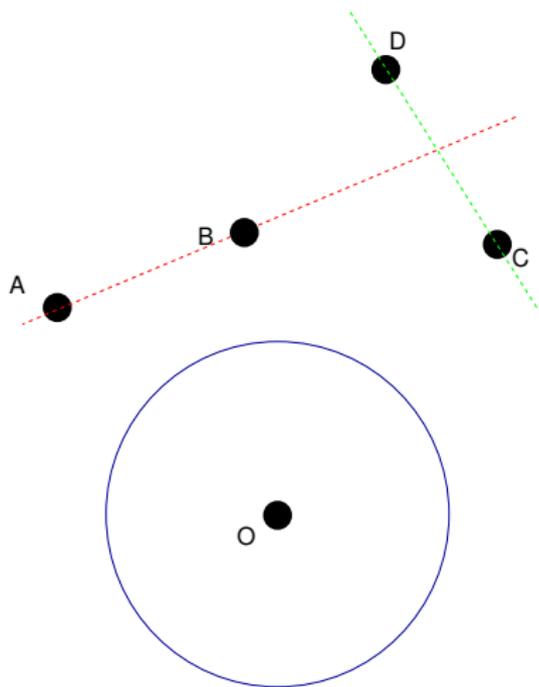
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen beliebigen Punkt  $O$ .



## (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

**Aufgabe**  $A, B, C, D$  sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ .

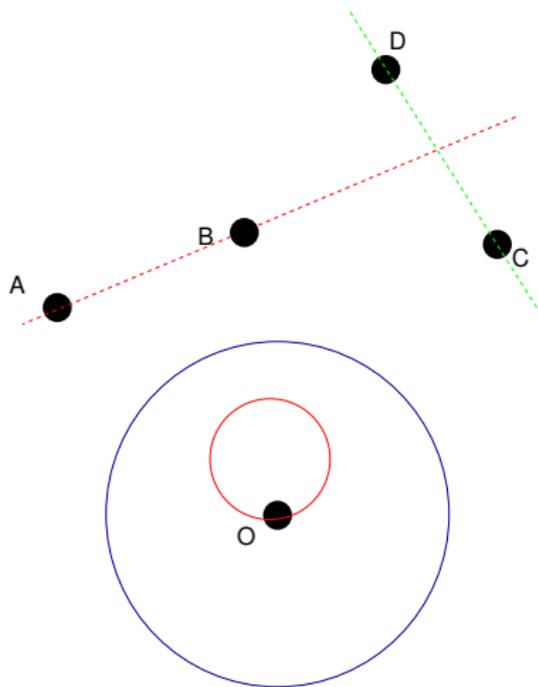
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen beliebigen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ .



## (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

**Aufgabe**  $A, B, C, D$  sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ .

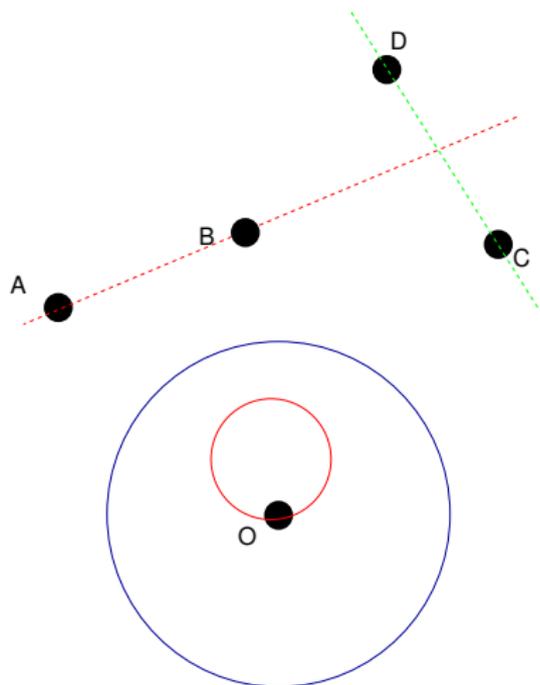
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen beliebigen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen.**



## (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

**Aufgabe**  $A, B, C, D$  sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ .

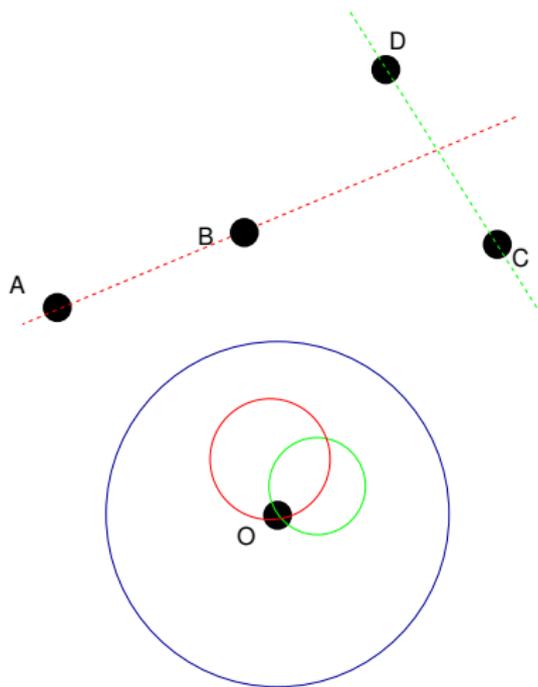
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen beliebigen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen**. Konstruiere  $I(C), I(D)$ .



## (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

**Aufgabe**  $A, B, C, D$  sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ .

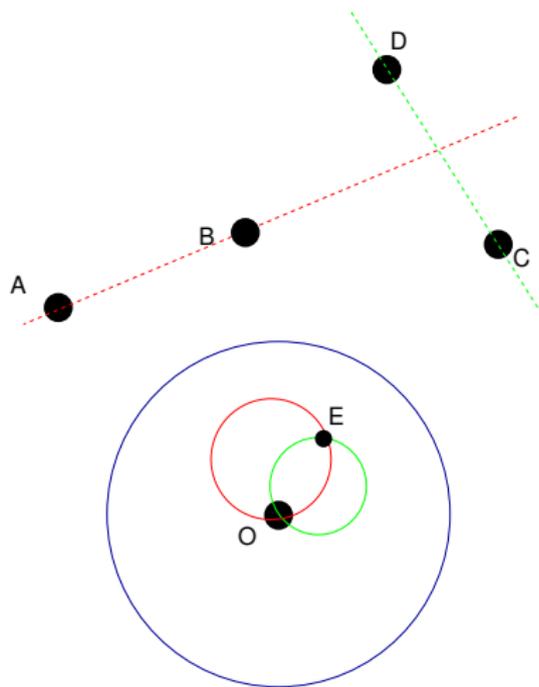
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen beliebigen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen**. Konstruiere  $I(C), I(D)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(C), I(D), O$  liegen**.



## (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

**Aufgabe**  $A, B, C, D$  sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ .

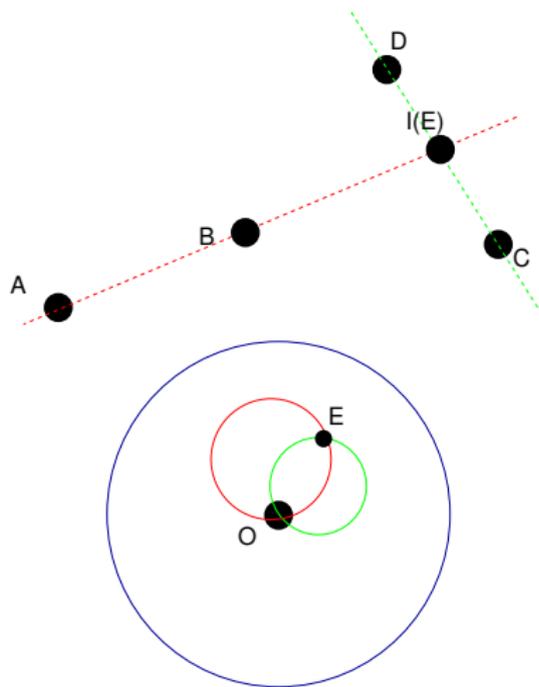
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen beliebigen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen**. Konstruiere  $I(C), I(D)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(C), I(D), O$  liegen**. Sei  $E$  dessen Schnittpunkt.



## (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

**Aufgabe**  $A, B, C, D$  sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ .

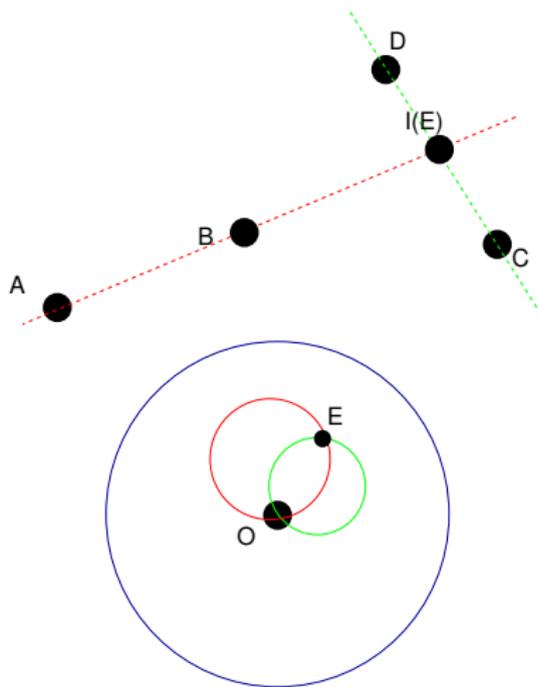
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen beliebigen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen**. Konstruiere  $I(C), I(D)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(C), I(D), O$  liegen**. Sei  $E$  dessen Schnittpunkt. Dann ist  $I(E)$  der Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ .



## (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

**Aufgabe**  $A, B, C, D$  sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ .

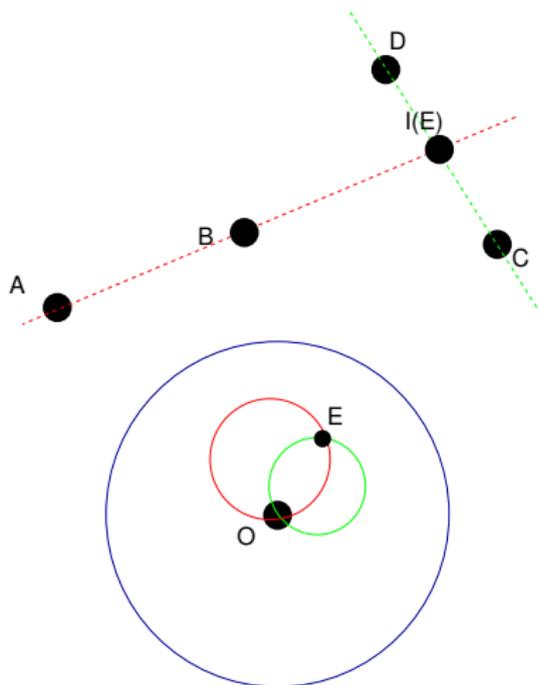
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen beliebigen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen**. Konstruiere  $I(C), I(D)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(C), I(D), O$  liegen**. Sei  $E$  dessen Schnittpunkt. Dann ist  $I(E)$  der Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ . Weil  $I \circ I = Id$ ,



## (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

**Aufgabe**  $A, B, C, D$  sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ .

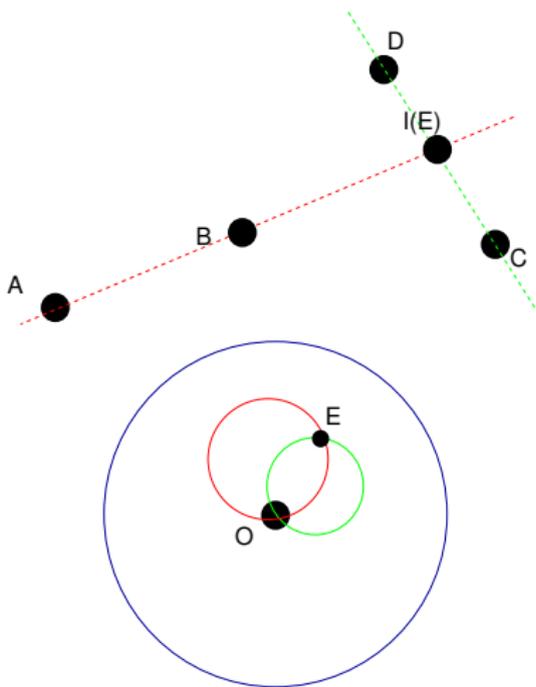
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen beliebigen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen**. Konstruiere  $I(C), I(D)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(C), I(D), O$  liegen**. Sei  $E$  dessen Schnittpunkt. Dann ist  $I(E)$  der Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ . Weil  $I \circ I = Id$ , und  $I(\text{Schnittpunkt der Geraden})$  auf den beiden Kreisen liegt,



## (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

**Aufgabe**  $A, B, C, D$  sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ .

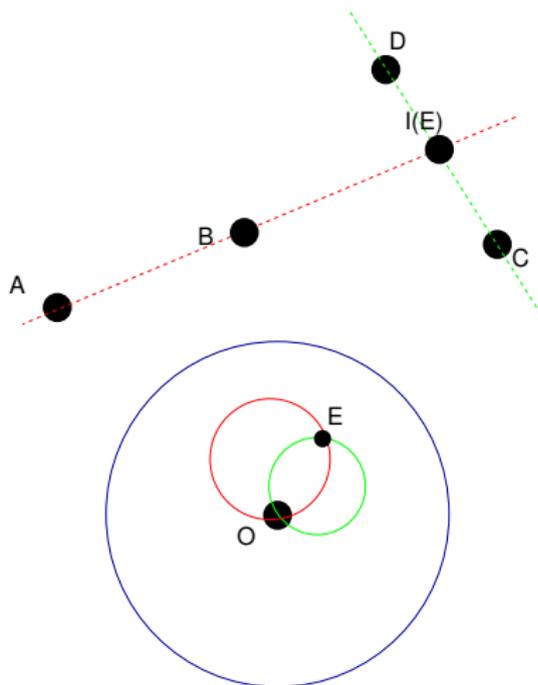
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen beliebigen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen**. Konstruiere  $I(C), I(D)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(C), I(D), O$  liegen**. Sei  $E$  dessen Schnittpunkt. Dann ist  $I(E)$  der Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ . Weil  $I \circ I = Id$ , und  $I(\text{Schnittpunkt der Geraden})$  auf den beiden Kreisen liegt, ist Schnittpunkt von Kreisen,



# (c): Der Schnittpunkt von zwei sich schneidenden Geraden

**Aufgabe**  $A, B, C, D$  sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ .

**Lösung** Nehme einen Kreis um einen beliebigen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen**. Konstruiere  $I(C), I(D)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(C), I(D), O$  liegen**. Sei  $E$  dessen Schnittpunkt. Dann ist  $I(E)$  der Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ . Weil  $I \circ I = Id$ , und  $I(\text{Schnittpunkt der Geraden})$  auf den beiden Kreisen liegt, ist Schnittpunkt von Kreisen, von  $O$  verschieden.



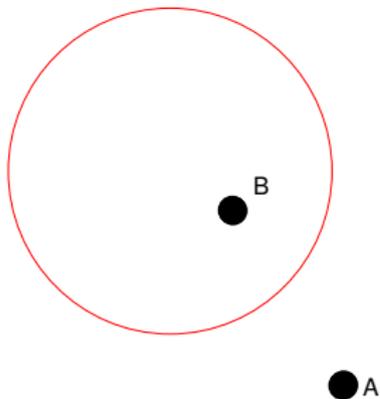
## (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

# (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

## Aufgabe

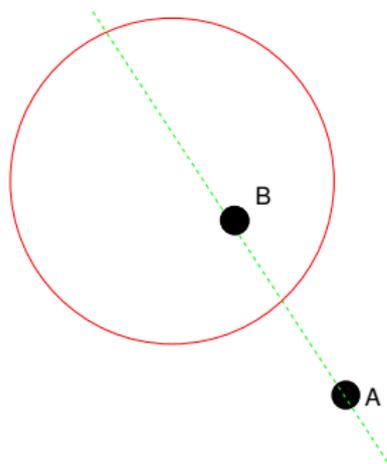
## (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

**Aufgabe**  $A, B$  und ein **Kreis** sind gegeben.



## (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

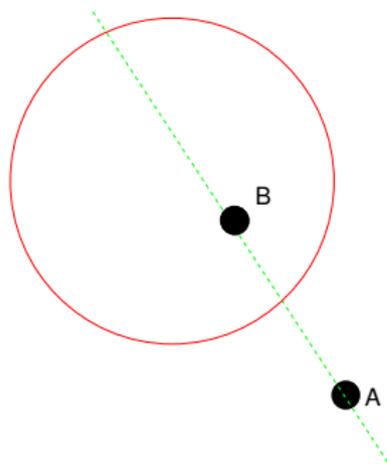
**Aufgabe**  $A, B$  und ein **Kreis** sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  mit dem **Kreis**.



## (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

**Aufgabe**  $A, B$  und ein **Kreis** sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  mit dem **Kreis**.

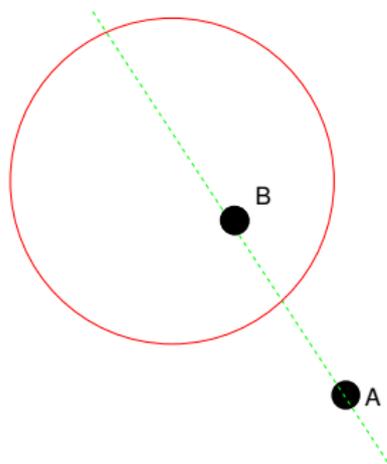
**Lösung**



## (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

**Aufgabe**  $A, B$  und ein **Kreis** sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  mit dem **Kreis**.

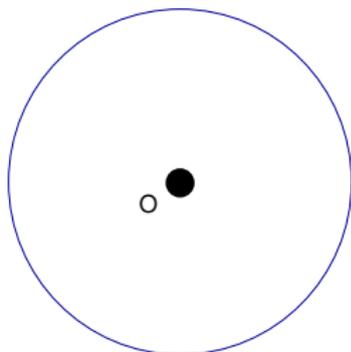
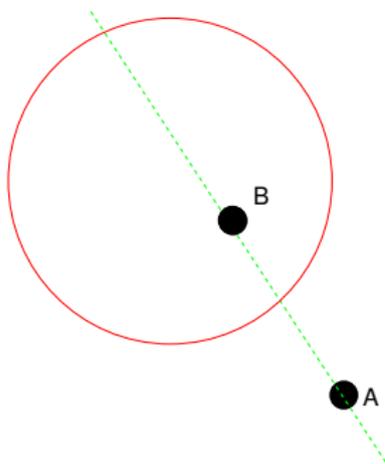
**Lösung**



## (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

**Aufgabe**  $A, B$  und ein **Kreis** sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  mit dem **Kreis**.

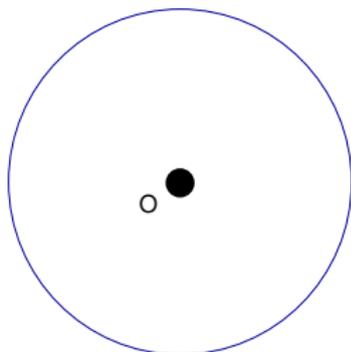
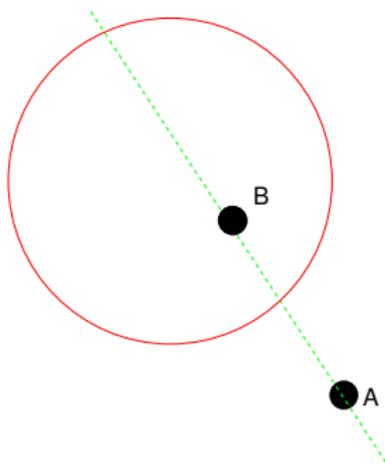
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen Punkt  $O$ .



## (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

**Aufgabe**  $A, B$  und ein **Kreis** sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  mit dem **Kreis**.

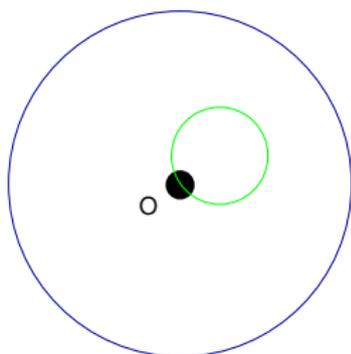
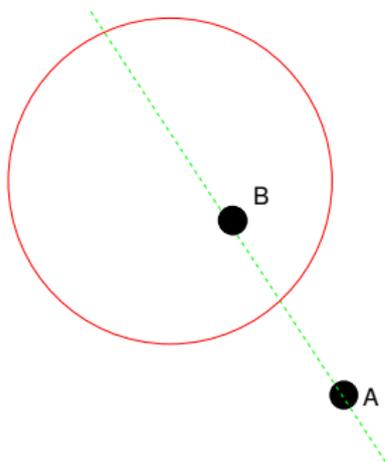
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ .



## (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

**Aufgabe**  $A, B$  und ein **Kreis** sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  mit dem **Kreis**.

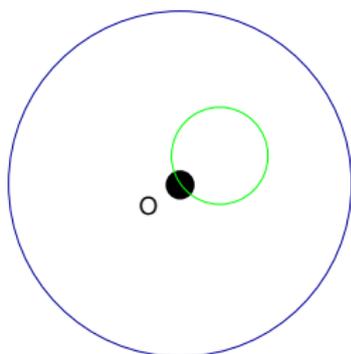
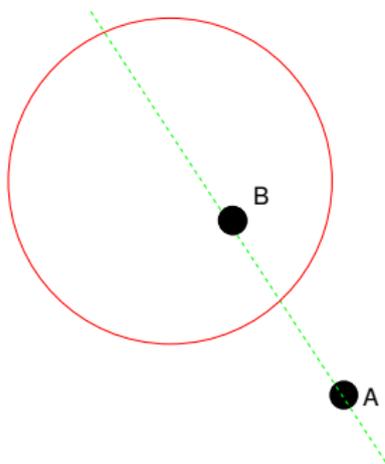
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen.**



## (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

**Aufgabe**  $A, B$  und ein **Kreis** sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  mit dem **Kreis**.

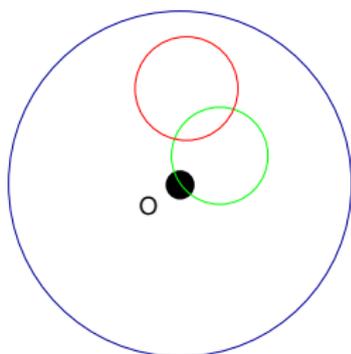
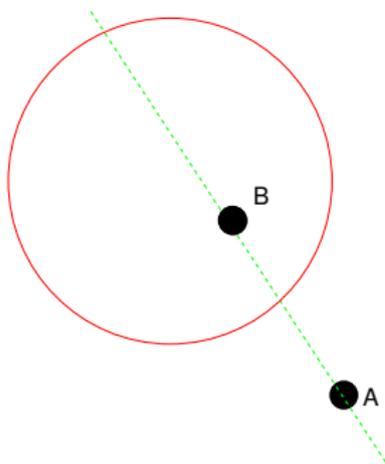
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen**. Nehme 3 Punkte  $C, D, E$  auf dem **Kreis**. Konstruiere  $I(C), I(D), I(E)$ .



## (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

**Aufgabe**  $A, B$  und ein **Kreis** sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  mit dem **Kreis**.

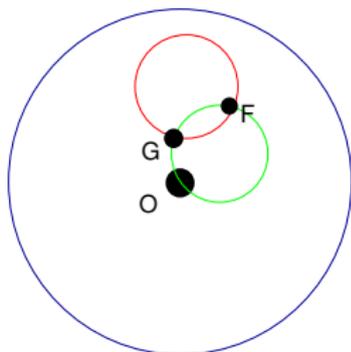
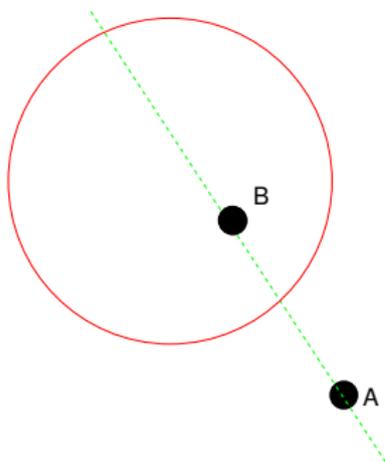
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen**. Nehme 3 Punkte  $C, D, E$  auf dem **Kreis**. Konstruiere  $I(C), I(D), I(E)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(C), I(D), I(E)$  liegen**.



## (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

**Aufgabe**  $A, B$  und ein **Kreis** sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  mit dem **Kreis**.

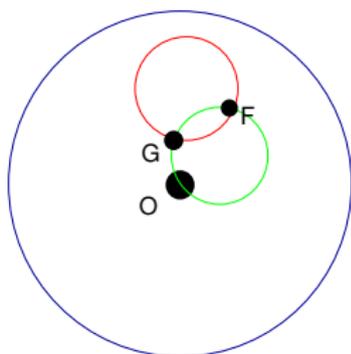
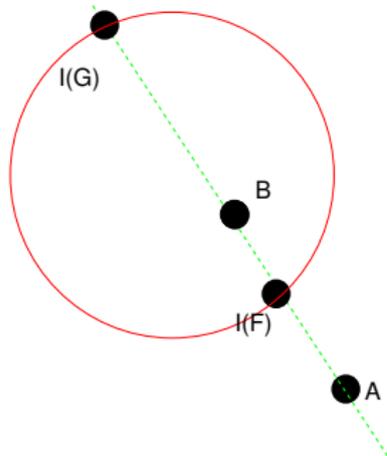
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen**. Nehme 3 Punkte  $C, D, E$  auf dem **Kreis**. Konstruiere  $I(C), I(D), I(E)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(C), I(D), I(E)$  liegen**. Sei  $F, G$  Schnittpunkte vom **Kreis** und **Kreis**.



## (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

**Aufgabe**  $A, B$  und ein **Kreis** sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  mit dem **Kreis**.

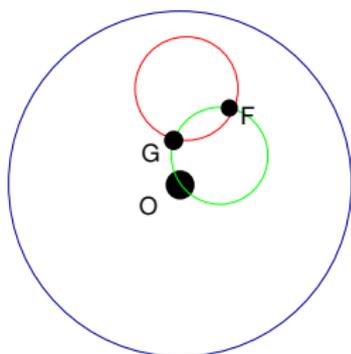
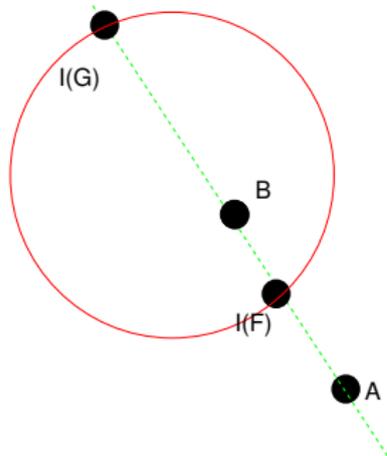
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen**. Nehme 3 Punkte  $C, D, E$  auf dem **Kreis**. Konstruiere  $I(C), I(D), I(E)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(C), I(D), I(E)$  liegen**. Sei  $F, G$  Schnittpunkte vom **Kreis** und **Kreis**. Dann sind  $I(E), I(G)$  die Schnittpunkte von Geraden  $AB$  und **Kreis**.



## (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

**Aufgabe**  $A, B$  und ein **Kreis** sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  mit dem **Kreis**.

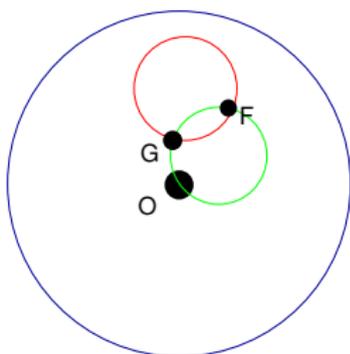
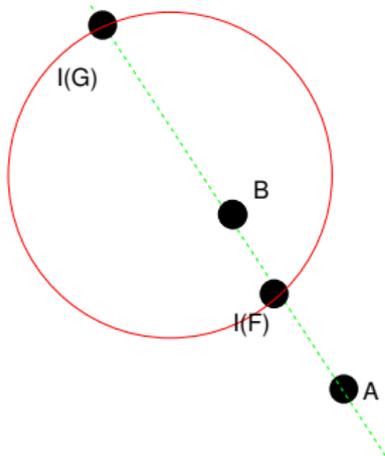
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen**. Nehme 3 Punkte  $C, D, E$  auf dem **Kreis**. Konstruiere  $I(C), I(D), I(E)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(C), I(D), I(E)$  liegen**. Sei  $F, G$  Schnittpunkte vom **Kreis** und **Kreis**. Dann sind  $I(E), I(G)$  die Schnittpunkte von Geraden  $AB$  und **Kreis**. Weil  $I \circ I = Id$  ist,



## (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

**Aufgabe**  $A, B$  und ein **Kreis** sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  mit dem **Kreis**.

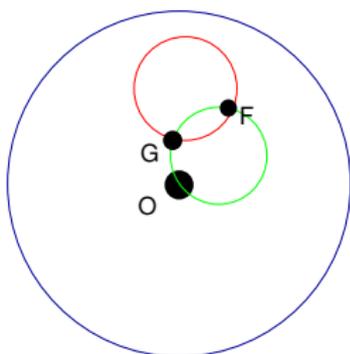
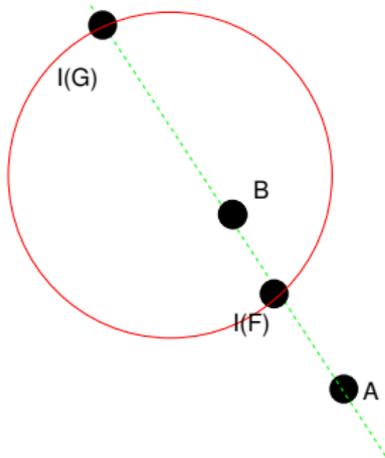
**Lösung** Nehme einen Kreis um einen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen**. Nehme 3 Punkte  $C, D, E$  auf dem **Kreis**. Konstruiere  $I(C), I(D), I(E)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(C), I(D), I(E)$  liegen**. Sei  $F, G$  Schnittpunkte vom **Kreis** und **Kreis**. Dann sind  $I(E), I(G)$  die Schnittpunkte von Geraden  $AB$  und **Kreis**. Weil  $I \circ I = Id$  ist, und  $I(\text{Schnittpunkt der Geraden und des Kreises})$  auf den beiden Kreisen liegt,



## (d): Der Schnittpunkt eines Kreises und einer Geraden

**Aufgabe**  $A, B$  und ein **Kreis** sind gegeben. Man konstruiere (nur mit Zirkel) den Schnittpunkt der Geraden  $AB$  mit dem **Kreis**.

**Lösung** Nehme einen Kreis um einen Punkt  $O$ . Konstruiere  $I(A), I(B)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(A), I(B), O$  liegen**. Nehme 3 Punkte  $C, D, E$  auf dem **Kreis**. Konstruiere  $I(C), I(D), I(E)$ . Konstruiere **den Kreis, auf dem  $I(C), I(D), I(E)$  liegen**. Sei  $F, G$  Schnittpunkte vom **Kreis** und **Kreis**. Dann sind  $I(E), I(G)$  die Schnittpunkte von Geraden  $AB$  und **Kreis**. Weil  $I \circ I = Id$  ist, und  $I(\text{Schnittpunkt der Geraden und des Kreises})$  auf den beiden Kreisen liegt, ist das Schnittpunkt von Kreisen.



# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

**Wiederholung:**

# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## **Wiederholung:**

Halbieren einer  
Strecke mit Zirkel  
und Lineal

# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

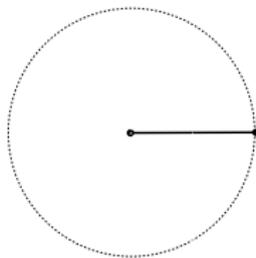
Halbieren einer  
Strecke mit Zirkel  
und Lineal



# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

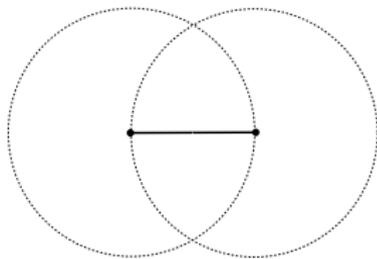
Halbieren  
Strecke mit  
und Lineal



# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

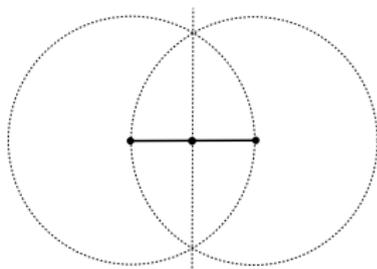
Halbieren  
Strecke mit Zirkel  
und Lineal



# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

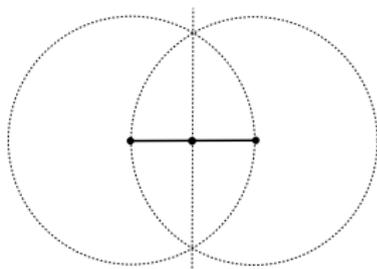
Halbieren  
Strecke mit Zirkel  
und Lineal



# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

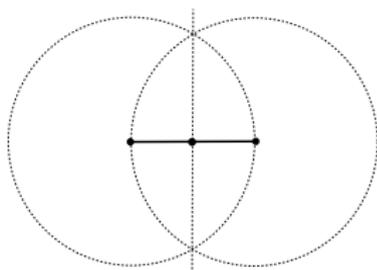
Halbieren  
Strecke mit Zirkel  
und Lineal



# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

Halbieren  
Strecke mit Zirkel  
und Lineal



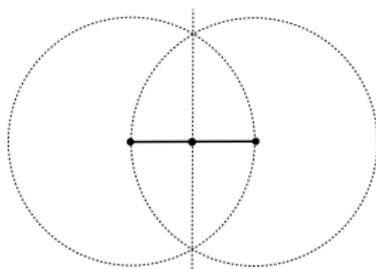
Jetzt dasselbe nur  
mit Zirkel:

# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

Halbieren  
Strecke mit Zirkel  
und Lineal

einer  
Zirkel



Jetzt dasselbe nur  
mit Zirkel: gegeben  
sind nur zwei  
Punkte.

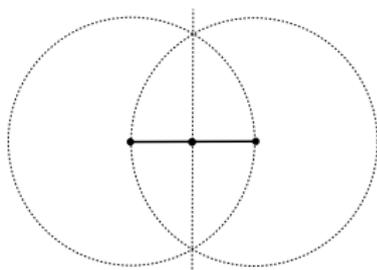


# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

Halbieren  
Strecke mit  
und Lineal

einer  
Zirkel



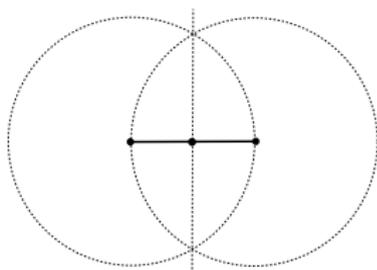
Jetzt dasselbe nur  
mit Zirkel: gegeben  
sind nur zwei  
Punkte. Wir müssen  
den Mittelpunkt der  
Strecken konstruieren



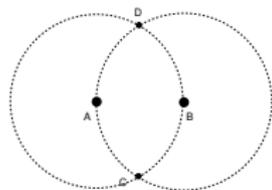
# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

Halbieren einer Strecke mit Zirkel und Lineal



Zuerst wie mit Lineal:

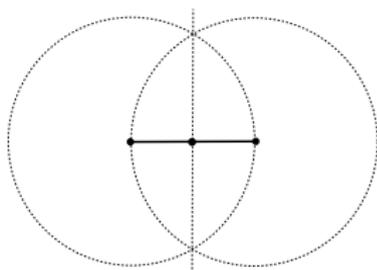
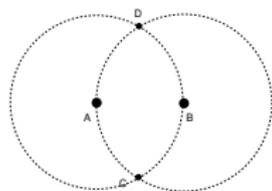


Jetzt dasselbe nur mit Zirkel: gegeben sind nur zwei Punkte. Wir müssen den Mittelpunkt der Strecken konstruieren

# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

Halbieren einer Strecke mit Zirkel und Lineal



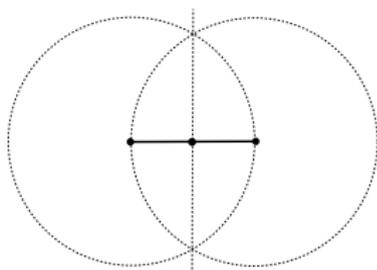
Jetzt dasselbe nur mit Zirkel: gegeben sind nur zwei Punkte. Wir müssen den Mittelpunkt der Strecken konstruieren

Zuerst wie mit Lineal: Wir müssen jetzt nur mit Zirkel den Schnittpunkt der Strecke  $AB$  und  $CD$  finden.

# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

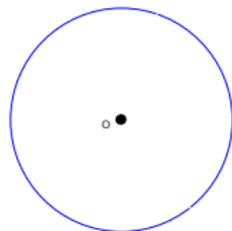
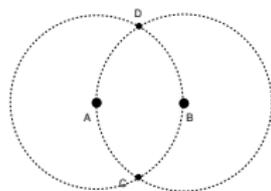
Halbieren einer Strecke mit Zirkel und Lineal



Jetzt dasselbe nur mit Zirkel: gegeben sind nur zwei Punkte. Wir müssen den Mittelpunkt der Strecken konstruieren

Zuerst wie mit Lineal: Wir müssen jetzt nur mit Zirkel den Schnittpunkt der Strecke  $AB$  und  $CD$  finden.

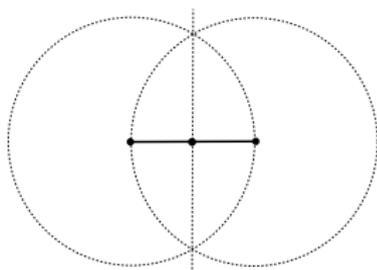
Zeichne irgendwo einen Kreis.



# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

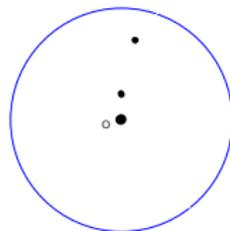
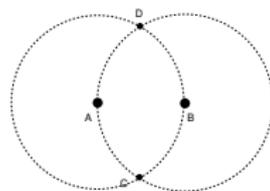
Halbieren einer Strecke mit Zirkel und Lineal



Jetzt dasselbe nur mit Zirkel: gegeben sind nur zwei Punkte. Wir müssen den Mittelpunkt der Strecken konstruieren

Zuerst wie mit Lineal: Wir müssen jetzt nur mit Zirkel den Schnittpunkt der Strecke  $AB$  und  $CD$  finden.

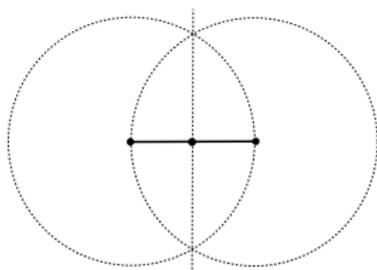
Zeichne irgendwo einen Kreis. Invertiere Punkte  $A, B, C, D$ .



# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

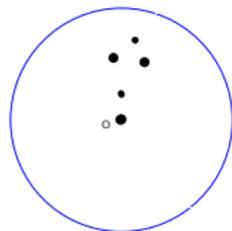
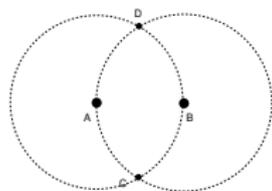
Halbieren einer Strecke mit Zirkel und Lineal



Jetzt dasselbe nur mit Zirkel: gegeben sind nur zwei Punkte. Wir müssen den Mittelpunkt der Strecken konstruieren

Zuerst wie mit Lineal: Wir müssen jetzt nur mit Zirkel den Schnittpunkt der Strecke  $AB$  und  $CD$  finden.

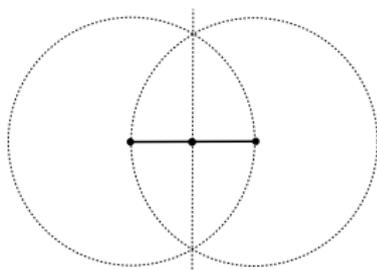
Zeichne irgendwo einen Kreis. Invertiere Punkte  $A, B, C, D$ . Finde den Kreis, der  $I(C), I(D), O$  enthält.



# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

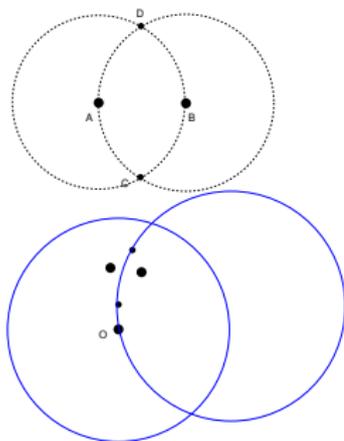
Halbieren einer Strecke mit Zirkel und Lineal



Jetzt dasselbe nur mit Zirkel: gegeben sind nur zwei Punkte. Wir müssen den Mittelpunkt der Strecken konstruieren

Zuerst wie mit Lineal: Wir müssen jetzt nur mit Zirkel den Schnittpunkt der Strecke  $AB$  und  $CD$  finden.

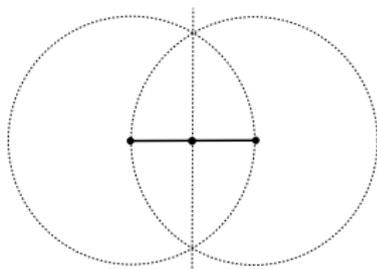
Zeichne irgendwo einen Kreis. Invertiere Punkte  $A, B, C, D$ . Finde den Kreis, der  $I(C), I(D), O$  enthält. Er ist das Bild der Geraden  $CD$ .



# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

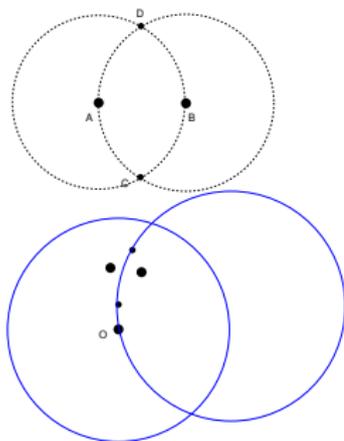
Halbieren einer Strecke mit Zirkel und Lineal



Jetzt dasselbe nur mit Zirkel: gegeben sind nur zwei Punkte. Wir müssen den Mittelpunkt der Strecken konstruieren

Zuerst wie mit Lineal: Wir müssen jetzt nur mit Zirkel den Schnittpunkt der Strecke  $AB$  und  $CD$  finden.

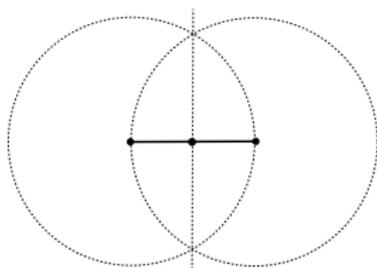
Zeichne irgendwo einen Kreis. Invertiere Punkte  $A, B, C, D$ . Finde den Kreis, der  $I(C), I(D), O$  enthält. Er ist das Bild der Geraden  $CD$ . Finde den Kreis, der  $I(A), I(B), O$  enthält.



# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

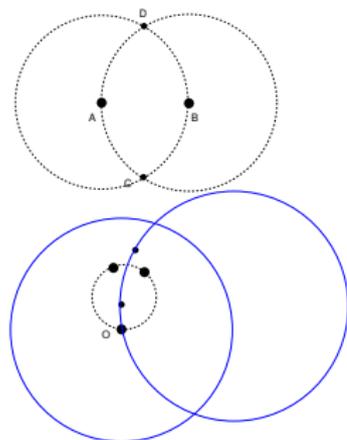
Halbieren einer Strecke mit Zirkel und Lineal



Jetzt dasselbe nur mit Zirkel: gegeben sind nur zwei Punkte. Wir müssen den Mittelpunkt der Strecken konstruieren

Zuerst wie mit Lineal: Wir müssen jetzt nur mit Zirkel den Schnittpunkt der Strecke  $AB$  und  $CD$  finden.

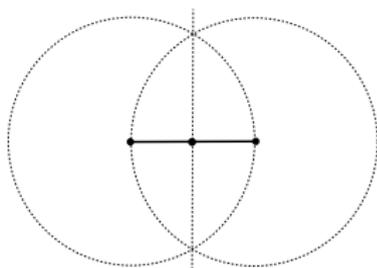
Zeichne irgendwo einen Kreis. Invertiere Punkte  $A, B, C, D$ . Finde den Kreis, der  $I(C), I(D), O$  enthält. Er ist das Bild der Geraden  $CD$ . Finde den Kreis, der  $I(A), I(B), O$  enthält. Er ist das Bild der Geraden  $AB$ .



# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

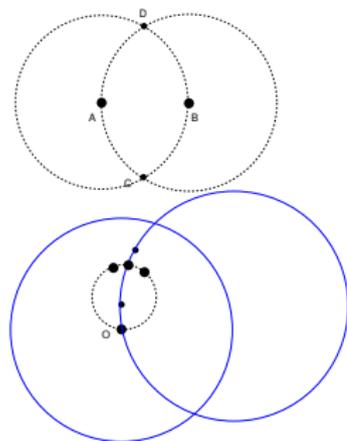
Halbieren einer Strecke mit Zirkel und Lineal



Jetzt dasselbe nur mit Zirkel: gegeben sind nur zwei Punkte. Wir müssen den Mittelpunkt der Strecken konstruieren

Zuerst wie mit Lineal: Wir müssen jetzt nur mit Zirkel den Schnittpunkt der Strecke  $AB$  und  $CD$  finden.

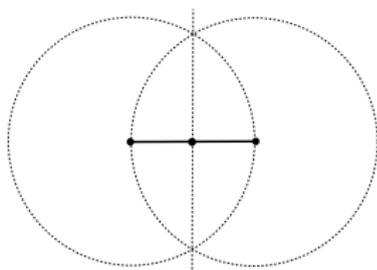
Zeichne irgendwo einen Kreis. Invertiere Punkte  $A, B, C, D$ . Finde den Kreis, der  $I(C), I(D), O$  enthält. Er ist das Bild der Geraden  $CD$ . Finde den Kreis, der  $I(A), I(B), O$  enthält. Er ist das Bild der Geraden  $AB$ . Deren Schnittpunkt ist das Bild des Schnittpunktes der Geraden  $AB$  und  $CD$ .



# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

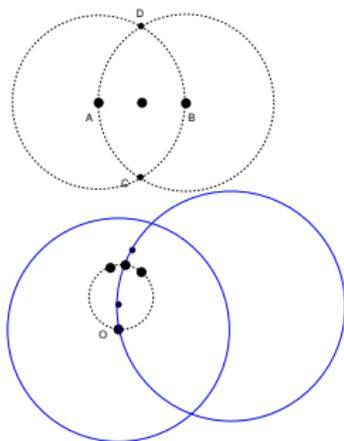
## Wiederholung:

Halbieren einer Strecke mit Zirkel und Lineal



Jetzt dasselbe nur mit Zirkel: gegeben sind nur zwei Punkte. Wir müssen den Mittelpunkt der Strecken konstruieren

Zuerst wie mit Lineal: Wir müssen jetzt nur mit Zirkel den Schnittpunkt der Strecke  $AB$  und  $CD$  finden.

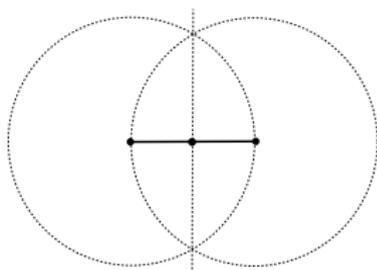


Zeichne irgendwo einen Kreis. Invertiere Punkte  $A, B, C, D$ . Finde den Kreis, der  $I(C), I(D), O$  enthält. Er ist das Bild der Geraden  $CD$ . Finde den Kreis, der  $I(A), I(B), O$  enthält. Er ist das Bild der Geraden  $AB$ . Deren Schnittpunkt ist das Bild des Schnittpunktes der Geraden  $AB$  und  $CD$ . Und deswegen ist dessen Inversion der Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ ,

# Bsp. Halbieren einer Strecke nur mit Zirkel

## Wiederholung:

Halbieren einer Strecke mit Zirkel und Lineal



Jetzt dasselbe nur mit Zirkel: gegeben sind nur zwei Punkte. Wir müssen den Mittelpunkt der Strecken konstruieren

Zuerst wie mit Lineal: Wir müssen jetzt nur mit Zirkel den Schnittpunkt der Strecke  $AB$  und  $CD$  finden.

Zeichne irgendwo einen Kreis. Invertiere Punkte  $A, B, C, D$ . Finde den Kreis, der  $I(C), I(D), O$  enthält. Er ist das Bild der Geraden  $CD$ . Finde den Kreis, der  $I(A), I(B), O$  enthält. Er ist das Bild der Geraden  $AB$ . Deren Schnittpunkt ist das Bild des Schnittpunktes der Geraden  $AB$  und  $CD$ . Und deswegen ist dessen Inversion der Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $CD$ , also, der Mittelpunkt der Strecke  $AB$ .

