

- ▶ Konstruktionen ohne Lineal haben wir abgeschlossen
- ▶ Wir wenden jetzt Inversionen an, um verschiedene elementar-geometrischen Aufgaben zu lösen
- ▶ Die Aufgaben sind verschieden, aber die Lösungsansätze sind immer gleich: die Aufgabestellung ändert sich nicht wenn wir eine Inversion anwenden. Wir wenden die passende Inversion (etwa welche die Kreise, welche in der Aufgabestellung vorkommen in Geraden überführt) und vereinfachen damit die Aufgabe

Aufgabe

Aufgabe Gegeben sind ein Kreis S und zwei Punkte A und B auf S .

Aufgabe Gegeben sind ein Kreis S und zwei Punkte A und B auf S . Finden Sie alle Punkte X ,

Aufgabe Gegeben sind ein Kreis S und zwei Punkte A und B auf S . Finden Sie alle Punkte X , s.d. es zwei Kreise S_A und S_B gibt mit den Eigenschaften

Aufgabe Gegeben sind ein Kreis S und zwei Punkte A und B auf S . Finden Sie alle Punkte X , s.d. es zwei Kreise S_A und S_B gibt mit den Eigenschaften

- ▶ S_A berührt S in A und S_B in X

Aufgabe Gegeben sind ein Kreis S und zwei Punkte A und B auf S . Finden Sie alle Punkte X , s.d. es zwei Kreise S_A und S_B gibt mit den Eigenschaften

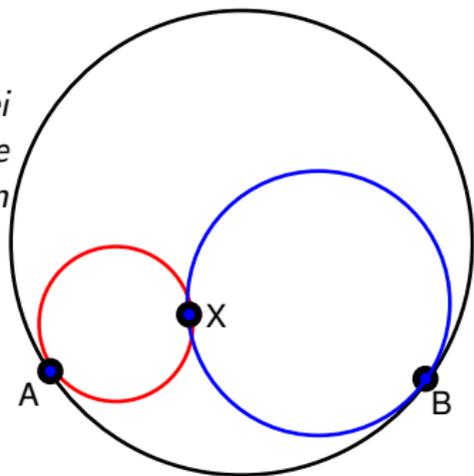
- ▶ S_A berührt S in A und S_B in X
- ▶ S_B berührt S in B .

Aufgabe Gegeben sind ein Kreis S und zwei Punkte A und B auf S . Finden Sie alle Punkte X , s.d. es zwei Kreise S_A und S_B gibt mit den Eigenschaften

- ▶ S_A berührt S in A und S_B in X
- ▶ S_B berührt S in B .

Aufgabe Gegeben sind ein Kreis S und zwei Punkte A und B auf S . Finden Sie alle Punkte X , s.d. es zwei Kreise S_A und S_B gibt mit den Eigenschaften

- ▶ S_A berührt S in A und S_B in X
- ▶ S_B berührt S in B .

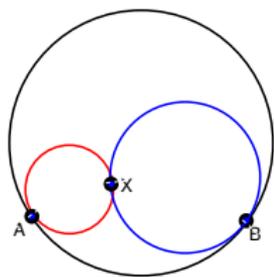


Lösung

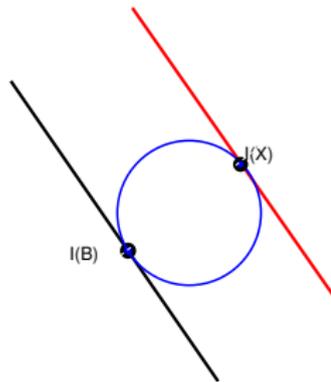
Lösung Nach Inversion mit Zentrum in A

Lösung Nach Inversion mit Zentrum in A wird das Bild wie folgt aussehen:

Lösung Nach Inversion mit Zentrum in A wird das Bild wie folgt aussehen:

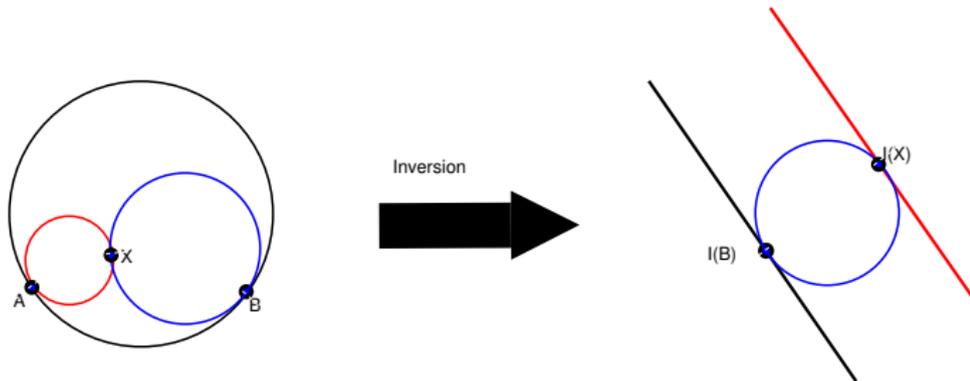


Inversion
➔



Lösung Nach Inversion mit Zentrum in A wird das Bild wie folgt aussehen: Die Menge von allen $I(X)$ wird aus Punkten bestehen, die

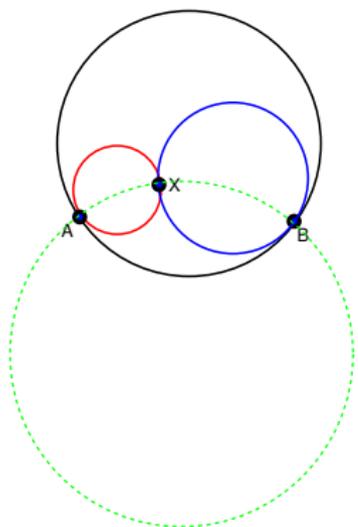
- ▶ die Gerade $Bild_I(S)$ in $I(B)$ berühren
- ▶ und eine Gerade, die zu $Bild_I(S)$ parallel ist, berühren.



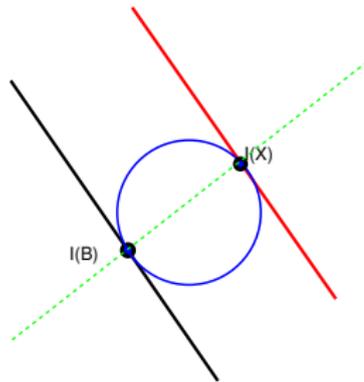
Lösung Nach Inversion mit Zentrum in A wird das Bild wie folgt aussehen: Die Menge von allen $I(X)$ wird aus Punkten bestehen, die

- ▶ die Gerade $Bild_I(S)$ in $I(B)$ berühren
- ▶ und eine Gerade, die zu $Bild_I(S)$ parallel ist, berühren.

Offensichtlich besteht diese Menge aus den Punkten der Geraden.



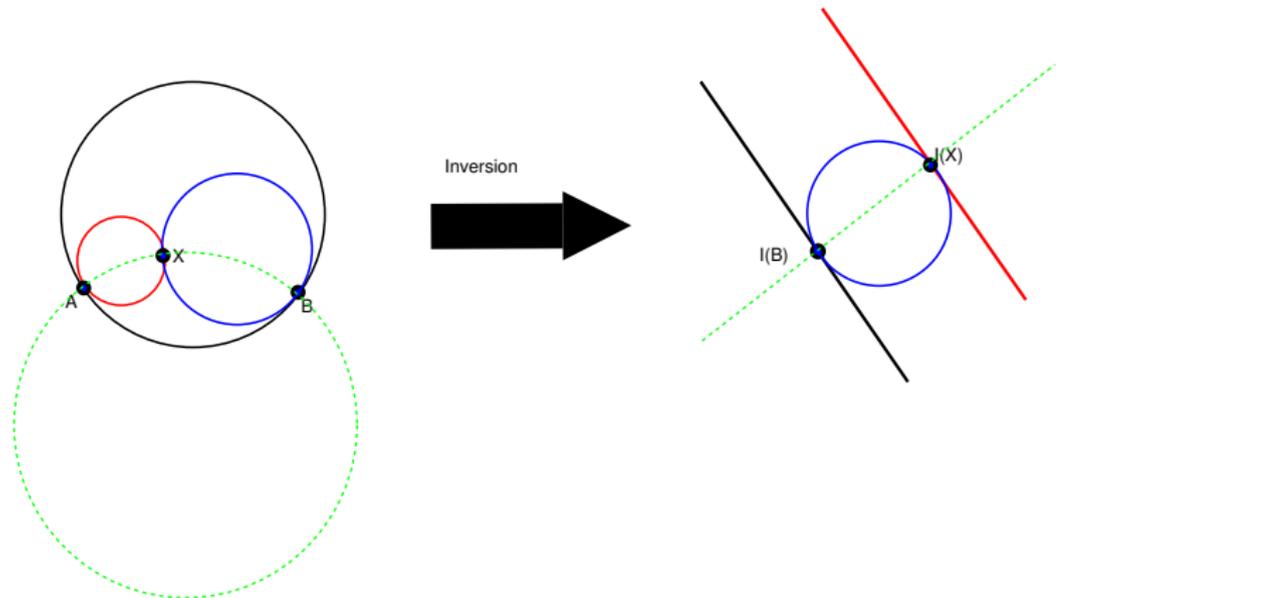
Inversion
➔



Lösung Nach Inversion mit Zentrum in A wird das Bild wie folgt aussehen: Die Menge von allen $I(X)$ wird aus Punkten bestehen, die

- ▶ die Gerade $Bild_I(S)$ in $I(B)$ berühren
- ▶ und eine Gerade, die zu $Bild_I(S)$ parallel ist, berühren.

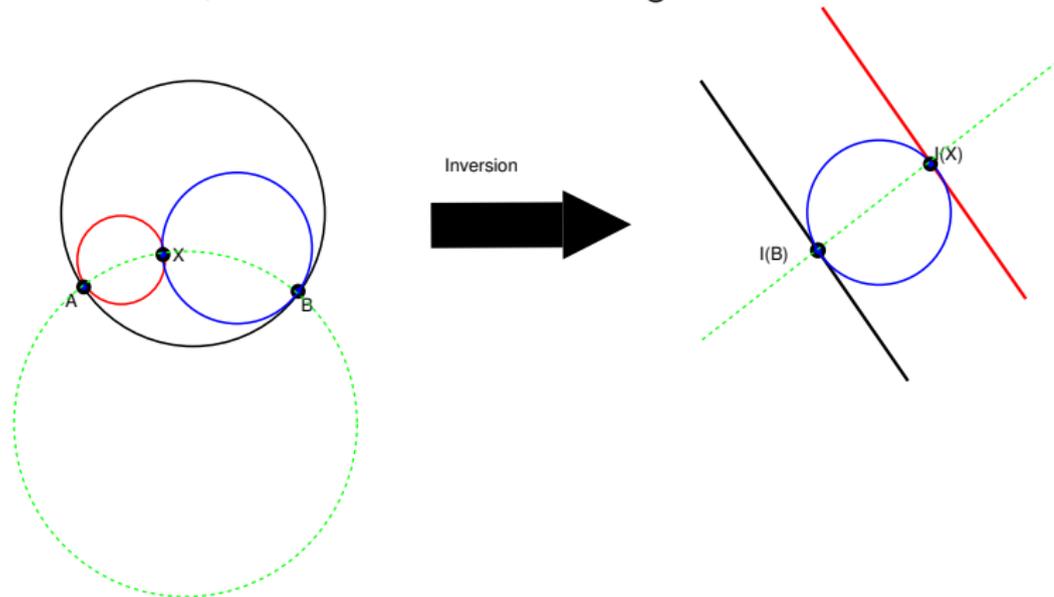
Offensichtlich besteht diese Menge aus den Punkten der Geraden. Also besteht die Menge der Punkte X aus der Aufgabe aus $Bild_I(\text{Gerade})$



Lösung Nach Inversion mit Zentrum in A wird das Bild wie folgt aussehen: Die Menge von allen $I(X)$ wird aus Punkten bestehen, die

- ▶ die Gerade $Bild_I(S)$ in $I(B)$ berühren
- ▶ und eine Gerade, die zu $Bild_I(S)$ parallel ist, berühren.

Offensichtlich besteht diese Menge aus den Punkten der Geraden. Also besteht die Menge der Punkte X aus der Aufgabe aus $Bild_I(\text{Gerade})$ und ist der Kreis, der zu S in A und B orthogonal ist.



Das Problem von Apollonius

Aufgabe

Das Problem von Appolonius

Aufgabe Gegeben sind 3 verallgemeinerte Kreise (wir erlauben auch $r = 0$).

Das Problem von Apollonius

Aufgabe Gegeben sind 3 verallgemeinerte Kreise (wir erlauben auch $r = 0$).
Konstruiere einen Kreis, der alle Kreise berührt.



Das Problem von Apollonius

Aufgabe Gegeben sind 3 verallgemeinerte Kreise (wir erlauben auch $r = 0$).
Konstruiere einen Kreis, der alle Kreise berührt.



Nach Inversion (mit Zentrum in einem Punkt,

Das Problem von Apollonius

Aufgabe Gegeben sind 3 verallgemeinerte Kreise (wir erlauben auch $r = 0$). Konstruiere einen Kreis, der alle Kreise berührt.



Nach Inversion (mit Zentrum in einem Punkt, der nicht auf den gegebenen Objekten liegt)

Das Problem von Apollonius

Aufgabe Gegeben sind 3 verallgemeinerte Kreise (wir erlauben auch $r = 0$). Konstruiere einen Kreis, der alle Kreise berührt.



Nach Inversion (mit Zentrum in einem Punkt, der nicht auf den gegebenen Objekten liegt) werden aus Geraden Kreise.

Das Problem von Apollonius

Aufgabe *Gegeben sind 3 verallgemeinerte Kreise (wir erlauben auch $r = 0$). Konstruiere einen Kreis, der alle Kreise berührt.*



Nach Inversion (mit Zentrum in einem Punkt, der nicht auf den gegebenen Objekten liegt) werden aus Geraden Kreise. Also genügt es nur die folgende Aufgabe zu betrachten:

Das Problem von Apollonius

Aufgabe Gegeben sind 3 verallgemeinerte Kreise (wir erlauben auch $r = 0$). Konstruiere einen Kreis, der alle Kreise berührt.



Nach Inversion (mit Zentrum in einem Punkt, der nicht auf den gegebenen Objekten liegt) werden aus Geraden Kreise. Also genügt es nur die folgende Aufgabe zu betrachten: Einen Kreis zu konstruieren, der

Das Problem von Apollonius

Aufgabe Gegeben sind 3 verallgemeinerte Kreise (wir erlauben auch $r = 0$). Konstruiere einen Kreis, der alle Kreise berührt.



Nach Inversion (mit Zentrum in einem Punkt, der nicht auf den gegebenen Objekten liegt) werden aus Geraden Kreise. Also genügt es nur die folgende Aufgabe zu betrachten: Einen Kreis zu konstruieren, der

1. drei gegebene Punkte enthält (haben wir schon gemacht)

Das Problem von Apollonius

Aufgabe Gegeben sind 3 verallgemeinerte Kreise (wir erlauben auch $r = 0$). Konstruiere einen Kreis, der alle Kreise berührt.



Nach Inversion (mit Zentrum in einem Punkt, der nicht auf den gegebenen Objekten liegt) werden aus Geraden Kreise. Also genügt es nur die folgende Aufgabe zu betrachten: Einen Kreis zu konstruieren, der

1. drei gegebene Punkte enthält (haben wir schon gemacht)
2. zwei gegebene Punkte enthält und einen gegebenen

Das Problem von Apollonius

Aufgabe Gegeben sind 3 verallgemeinerte Kreise (wir erlauben auch $r = 0$). Konstruiere einen Kreis, der alle Kreise berührt.



Nach Inversion (mit Zentrum in einem Punkt, der nicht auf den gegebenen Objekten liegt) werden aus Geraden Kreise. Also genügt es nur die folgende Aufgabe zu betrachten: Einen Kreis zu konstruieren, der

1. drei gegebene Punkte enthält (haben wir schon gemacht)
2. zwei gegebene Punkte enthält und einen gegebenen Kreis berührt

Das Problem von Apollonius

Aufgabe Gegeben sind 3 verallgemeinerte Kreise (wir erlauben auch $r = 0$). Konstruiere einen Kreis, der alle Kreise berührt.



Nach Inversion (mit Zentrum in einem Punkt, der nicht auf den gegebenen Objekten liegt) werden aus Geraden Kreise. Also genügt es nur die folgende Aufgabe zu betrachten: Einen Kreis zu konstruieren, der

1. drei gegebene Punkte enthält (haben wir schon gemacht)
2. zwei gegebene Punkte enthält und einen gegebenen Kreis berührt
3. einen gegebenen Punkt enthält und zwei gegebene Kreise berührt

Das Problem von Apollonius

Aufgabe Gegeben sind 3 verallgemeinerte Kreise (wir erlauben auch $r = 0$). Konstruiere einen Kreis, der alle Kreise berührt.



Nach Inversion (mit Zentrum in einem Punkt, der nicht auf den gegebenen Objekten liegt) werden aus Geraden Kreise. Also genügt es nur die folgende Aufgabe zu betrachten: Einen Kreis zu konstruieren, der

1. drei gegebene Punkte enthält (haben wir schon gemacht)
2. zwei gegebene Punkte enthält und einen gegebenen Kreis berührt
3. einen gegebenen Punkt enthält und zwei gegebene Kreise berührt
4. drei gegebene Kreise berührt

Das Problem von Apollonius

Aufgabe Gegeben sind 3 verallgemeinerte Kreise (wir erlauben auch $r = 0$). Konstruiere einen Kreis, der alle Kreise berührt.



Nach Inversion (mit Zentrum in einem Punkt, der nicht auf den gegebenen Objekten liegt) werden aus Geraden Kreise. Also genügt es nur die folgende Aufgabe zu betrachten: Einen Kreis zu konstruieren, der

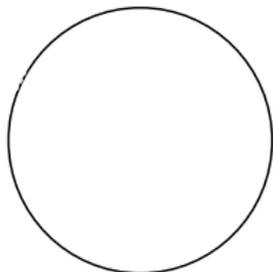
1. drei gegebene Punkte enthält (haben wir schon gemacht)
2. zwei gegebene Punkte enthält und einen gegebenen Kreis berührt
3. einen gegebenen Punkt enthält und zwei gegebene Kreise berührt
4. drei gegebene Kreise berührt

Aufgabe

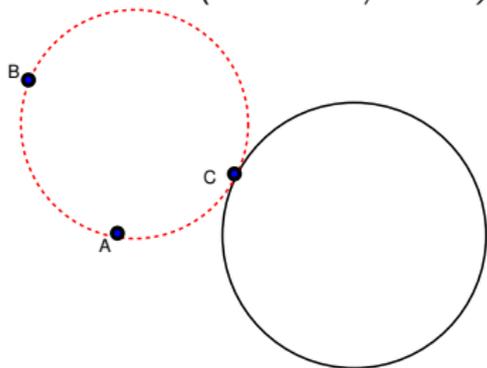
Aufgabe Gegeben sind zwei Punkte A, B und einen Kreis S .

B

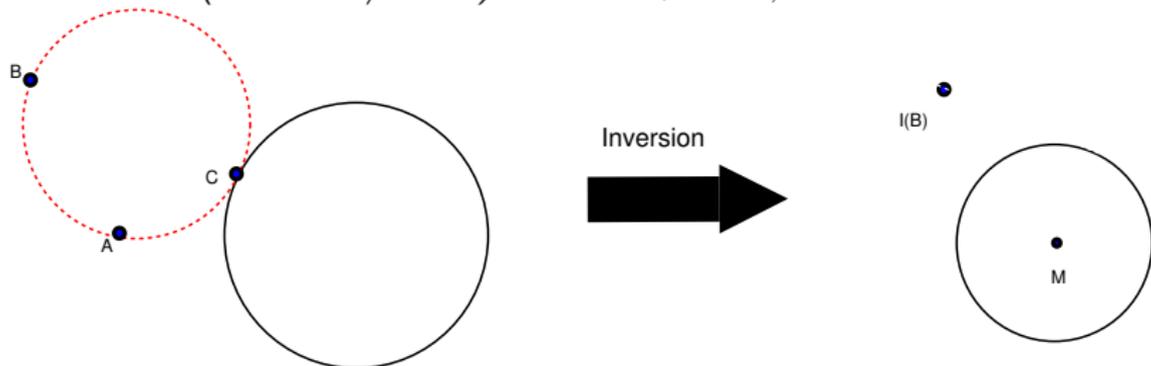
A



Aufgabe Gegeben sind zwei Punkte A, B und einen Kreis S .
Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der A, B enthält und S berührt

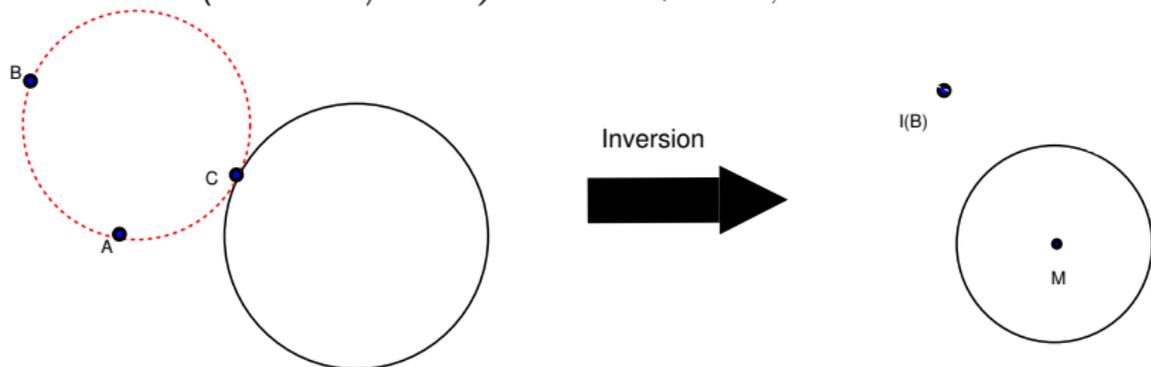


Aufgabe Gegeben sind zwei Punkte A, B und einen Kreis S .
Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der A, B enthält und S berührt



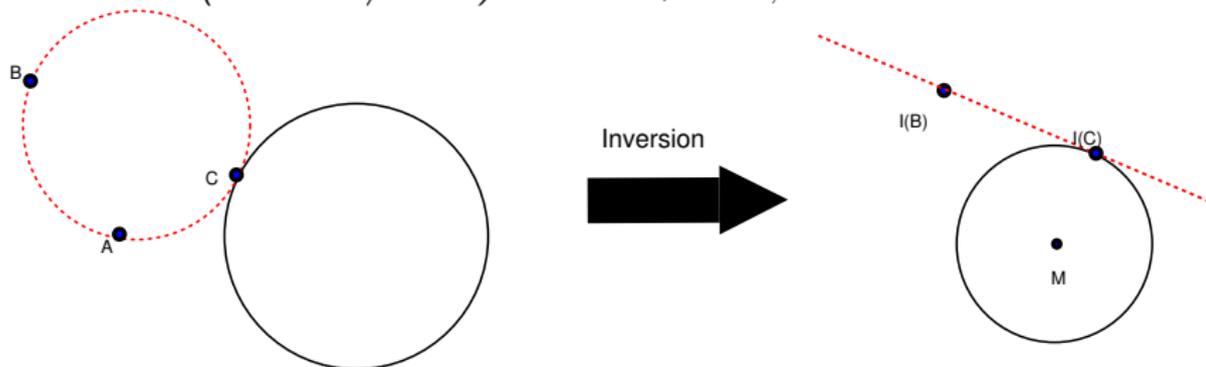
Lösung Konstruiere den Kreis und den Punkt $I(B)$ nach der Inversion mit Zentrum in A .

Aufgabe Gegeben sind zwei Punkte A, B und einen Kreis S .
Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der A, B enthält und S berührt



Lösung Konstruiere den Kreis und den Punkt $I(B)$ nach der Inversion mit Zentrum in A . Bild des **Kreises** ist dann eine Gerade, die Kreis berührt.

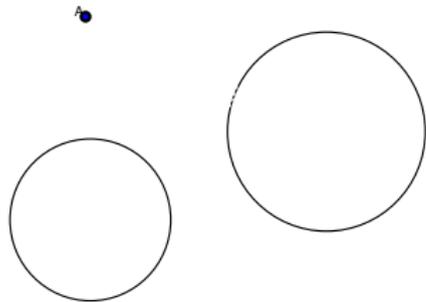
Aufgabe Gegeben sind zwei Punkte A, B und einen Kreis S .
 Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der A, B enthält und S berührt



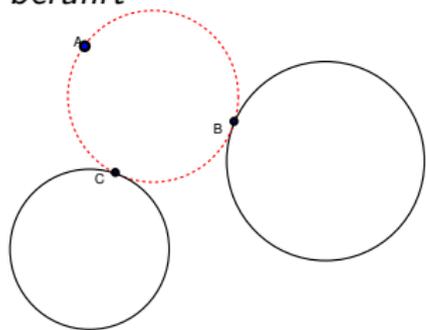
Lösung Konstruiere den Kreis und den Punkt $I(B)$ nach der Inversion mit Zentrum in A . Bild des **Kreises** ist dann eine Gerade, die Kreis berührt. Finde den Berührungspunkt. Inversion davon ist der Punkt C .

Aufgabe

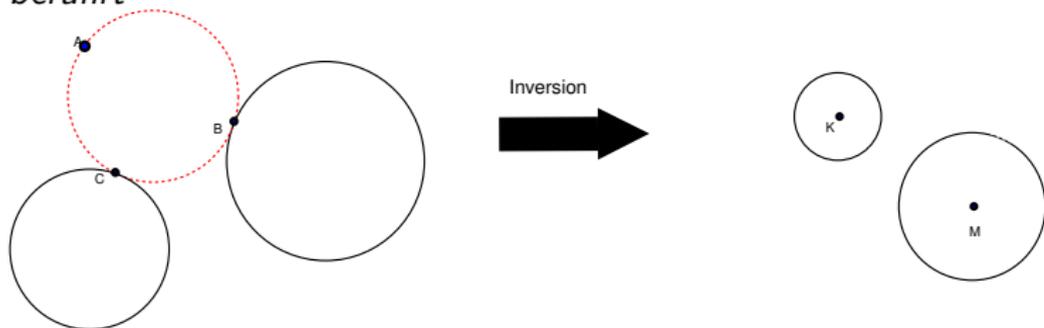
Aufgabe Gegeben sind ein Punkt A und zwei Kreise S_1, S_2 .



Aufgabe Gegeben sind ein Punkt A und zwei Kreise S_1, S_2 .
Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der A enthält und S_1, S_2
berührt

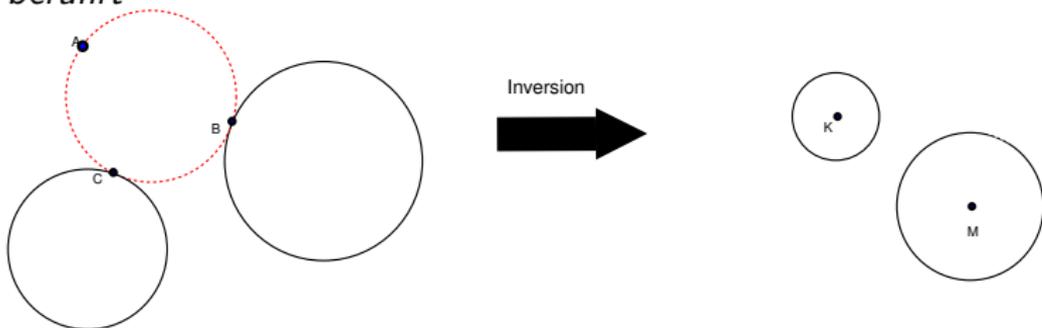


Aufgabe Gegeben sind einen Punkte A und zwei Kreise S_1, S_2 .
Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der A enthält und S_1, S_2
berührt



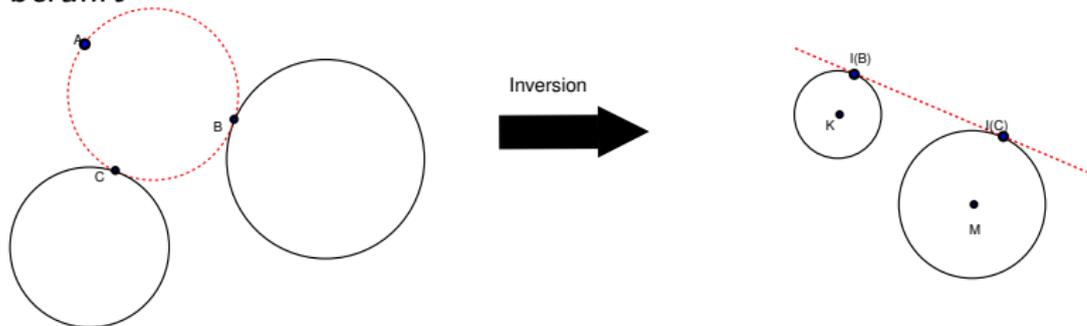
Lösung Konstruiere das Bild von Kreisen S_1, S_2 nach der Inversion mit
Center in A .

Aufgabe Gegeben sind ein Punkt A und zwei Kreise S_1, S_2 .
Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der A enthält und S_1, S_2
berührt



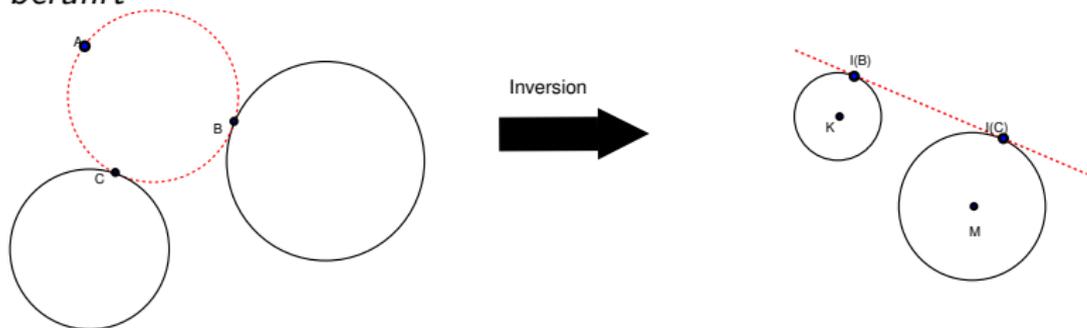
Lösung Konstruiere das Bild von Kreisen S_1, S_2 nach der Inversion mit
Center in A . Bild des **Kreises** ist dann eine Gerade, die Kreis berührt.

Aufgabe Gegeben sind einen Punkte A und zwei Kreise S_1, S_2 .
 Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der A enthält und S_1, S_2
 berührt



Lösung Konstruiere das Bild von Kreisen S_1, S_2 nach der Inversion mit
 Center in A . Bild des **Kreises** ist dann eine Gerade, die Kreis berührt.
 Finde den Berührungspunkte. Inversion davon ist der Punkt B, C .

Aufgabe Gegeben sind einen Punkte A und zwei Kreise S_1, S_2 .
 Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der A enthält und S_1, S_2
 berührt

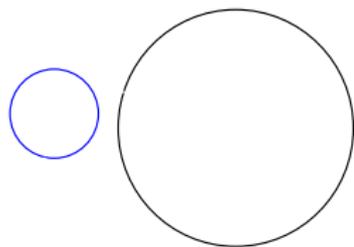


Lösung Konstruiere das Bild von Kreisen S_1, S_2 nach der Inversion mit
 Center in A . Bild des **Kreises** ist dann eine Gerade, die Kreis berührt.
 Finde den Berührungspunkte. Inversion davon ist der Punkt B, C .

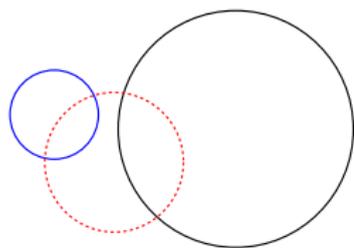
Bemerkung: Die konstruktion ist nicht immer möglich

HilfsAufgabe

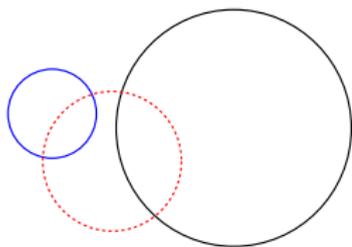
HilfsAufgabe Gegeben sind zwei Kreisen.



HilfsAufgabe Gegeben sind zwei Kreise. Man konstruiere den Kreis, der beide Kreise orthogonal schneidet.

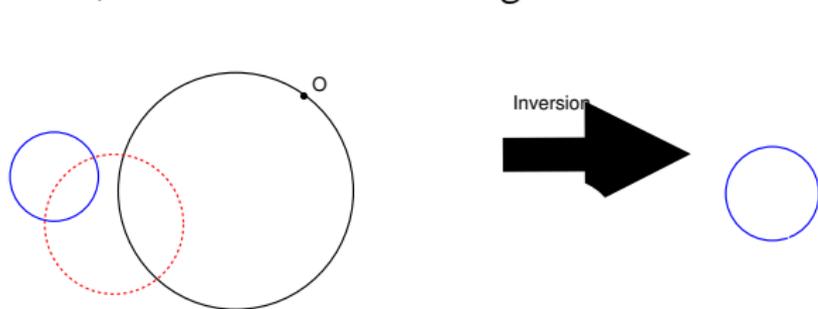


Hilfsaufgabe Gegeben sind zwei Kreise. Man konstruiere den Kreis, der beide Kreise orthogonal schneidet.



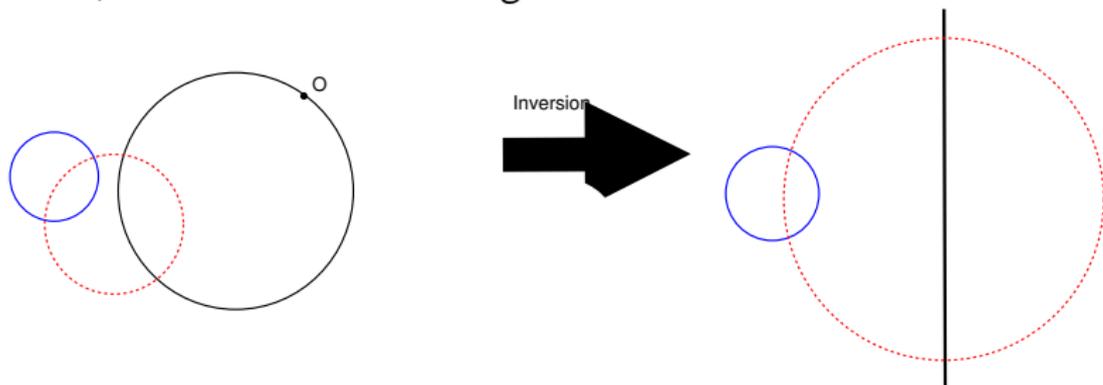
Nach Inversion mit Center in O wird der schwarzen Kreis auf dem Bild eine Gerade.

HilfsAufgabe Gegeben sind zwei Kreisen. Man konstruiere den Kreis, der beide Kreise orthogonal schneidet.



Nach Inversion mit Center in O wird der schwarzen Kreis auf dem Bild eine Gerade. Den **Kreis**, den wir konstruieren soll, wird dann ein **Kreis**, der zu dieser Geraden orthogonal ist (also, Mittelpunkt des **Kreises** auf der schwarzen Geraden liegt), und der zum Bild des **blauen Kreises** (ist ebenfalls blau auf dem Bild rechts) orthogonal ist. Es ist einfach, so einen **Kreis** zu konstruieren, weil Mittelpunkt davon ist Lotpunkt des **Mittelpunkt des blauen Kreises** die zur Geraden und zum Kreis orthogonal ist.

HilfsAufgabe Gegeben sind zwei Kreisen. Man konstruiere den Kreis, der beide Kreise orthogonal schneidet.

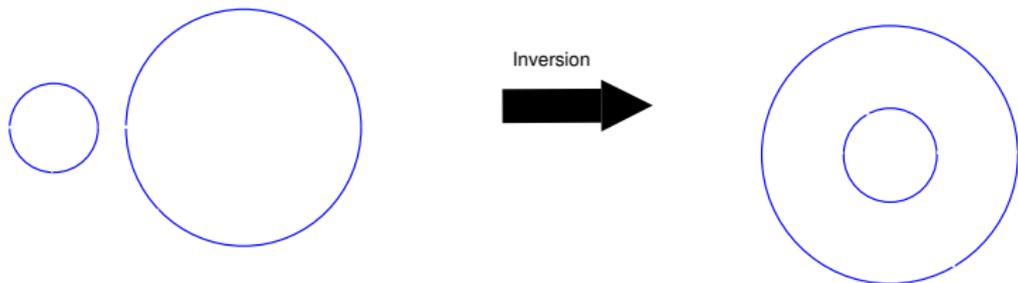


Nach Inversion mit Center in O wird der schwarzen Kreis auf dem Bild eine Gerade. Den **Kreis**, den wir konstruieren soll, wird dann ein **Kreis**, der zu dieser Geraden orthogonal ist (also, Mittelpunkt des **Kreises** auf der schwarzen Geraden liegt), und der zum Bild des **blauen Kreises** (ist ebenfalls blau auf dem Bild rechts) orthogonal ist. Es ist einfach, so einen **Kreis** zu konstruieren, weil Mittelpunkt davon ist Lotpunkt des **Mittelpunkt des blauen Kreises** die zur Geraden und zum Kreis orthogonal ist. Inversion davon ist der gesuchte Kreis.

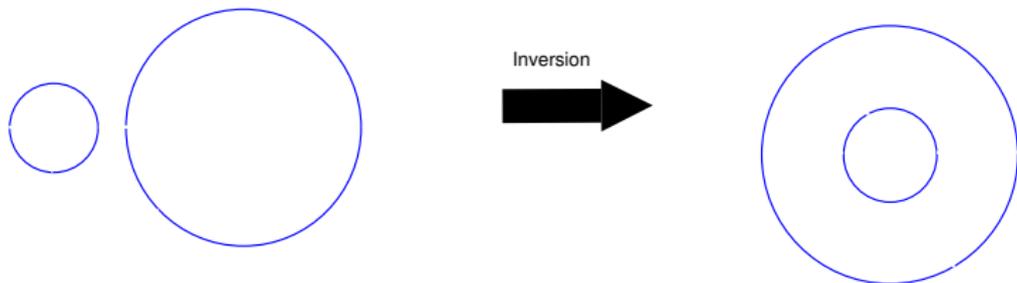
HilfsAufgabe

HilfsAufgabe *Gegeben sind zwei Kreisen.*

HilfsAufgabe Gegeben sind zwei Kreisen. Konstruieren den Center der Inversion, die die Kreise in konzentrische Kreise überführt. (Existenz: Hausaufgabe 3 Blatt 8)

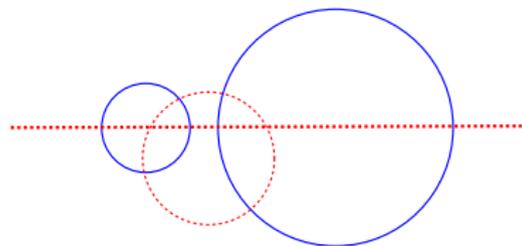


HilfsAufgabe Gegeben sind zwei Kreisen. Konstruieren den Center der Inversion, die die Kreise in konzentrische Kreise überführt. (Existenz: Hausaufgabe 3 Blatt 8)



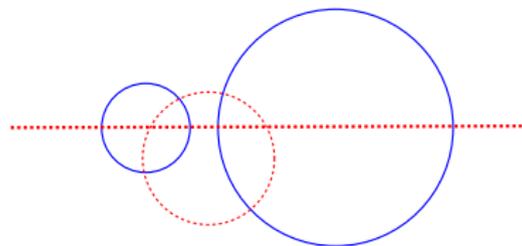
Konstruktion.

HilfsAufgabe Gegeben sind zwei Kreisen. Konstruieren den Center der Inversion, die die Kreise in konzentrische Kreise überführt. (Existenz: Hausaufgabe 3 Blatt 8)



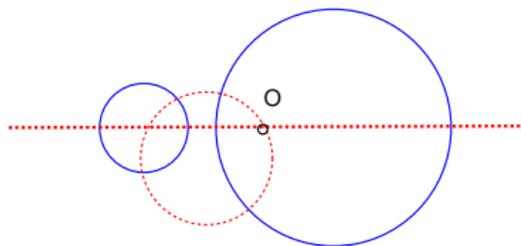
Konstruktion. Man konstruiere den **Kreis**, der zu beiden Kreisen orthogonal ist (**HA**),

HilfsAufgabe Gegeben sind zwei Kreisen. Konstruieren den Center der Inversion, die die Kreise in konzentrische Kreise überführt. (Existenz: Hausaufgabe 3 Blatt 8)



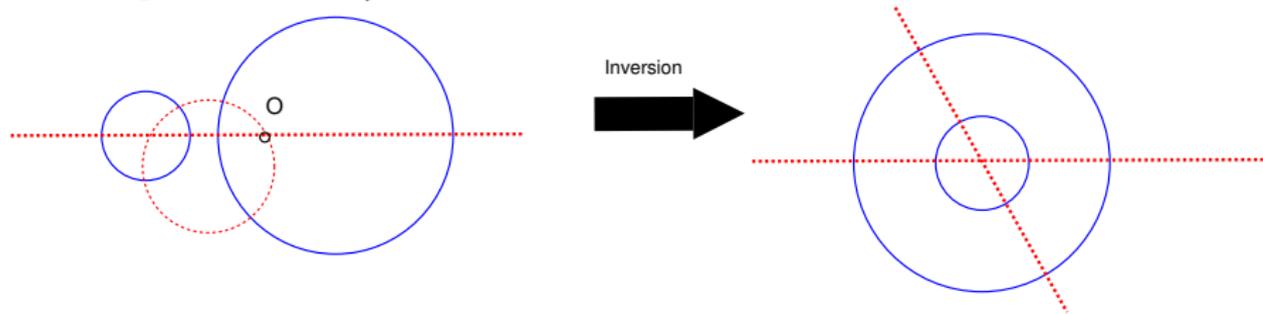
Konstruktion. Man konstruiere den **Kreis**, der zu beiden Kreisen orthogonal ist (**HA**), und die **Geraden** durch Mittelpunkte.

HilfsAufgabe Gegeben sind zwei Kreisen. Konstruieren den Center der Inversion, die die Kreise in konzentrische Kreise überführt. (Existenz: Hausaufgabe 3 Blatt 8)



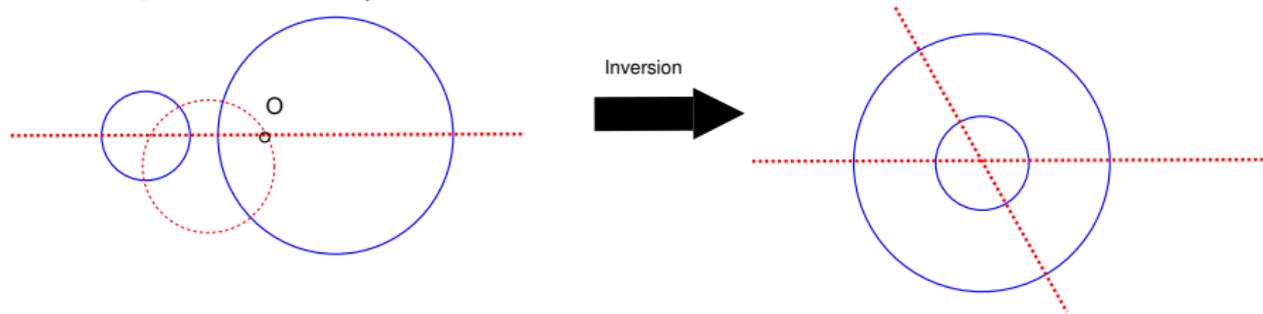
Konstruktion. Man konstruiere den **Kreis**, der zu beiden Kreisen orthogonal ist (**HA**), und die **Geraden** durch Mittelpunkte. Sei O der Schnittpunkt.

HilfsAufgabe Gegeben sind zwei Kreisen. Konstruieren den Center der Inversion, die die Kreise in konzentrische Kreise überführt. (Existenz: Hausaufgabe 3 Blatt 8)



Konstruktion. Man konstruiere den **Kreis**, der zu beiden Kreisen orthogonal ist (**HA**), und die **Geraden** durch Mittelpunkte. Sei O der Schnittpunkt. Die Inversion mit Center in O führt Kreise in konzentrische Kreise über,

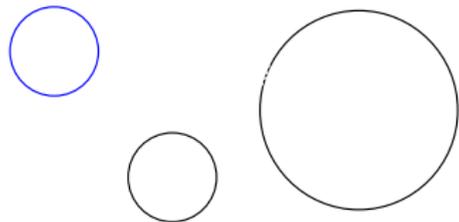
HilfsAufgabe Gegeben sind zwei Kreisen. Konstruieren den Center der Inversion, die die Kreise in konzentrische Kreise überführt. (Existenz: Hausaufgabe 3 Blatt 8)



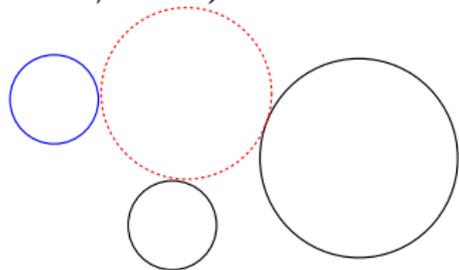
Konstruktion. Man konstruiere den **Kreis**, der zu beiden Kreisen orthogonal ist (**HA**), und die **Geraden** durch Mittelpunkte. Sei O der Schnittpunkt. Die Inversion mit Center in O führt Kreise in konzentrische Kreise über, weil sie zu beiden **Geraden** orthogonal sind.

Aufgabe

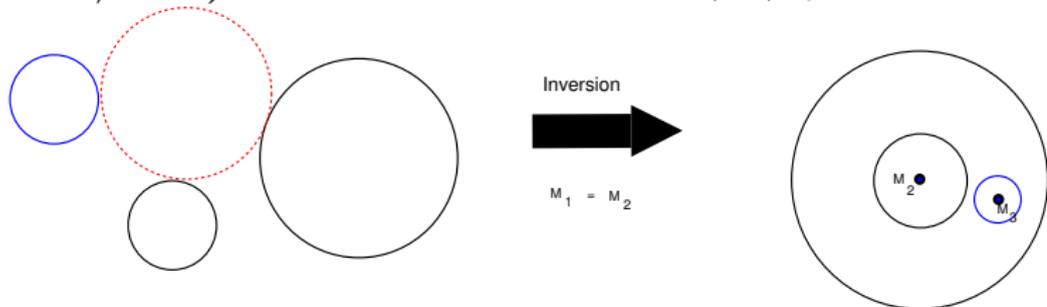
Aufgabe Gegeben sind drei Kreise S_1, S_2, S_3 .



Aufgabe Gegeben sind drei Kreise S_1, S_2, S_3 . Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der alle Kreisen S_1, S_2, S_3 berührt

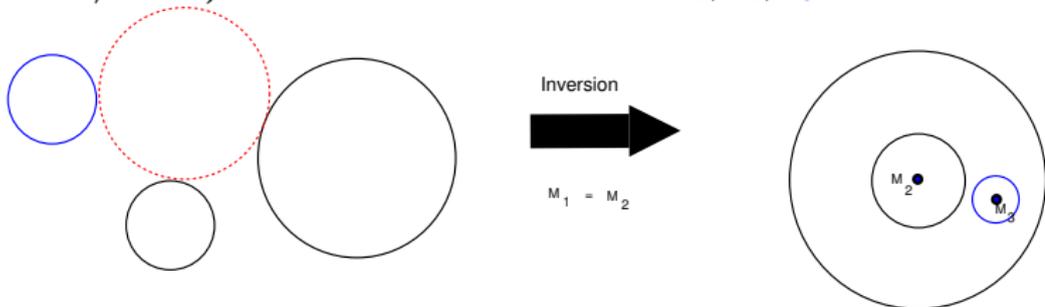


Aufgabe Gegeben sind drei Kreise S_1, S_2, S_3 . Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der alle Kreise S_1, S_2, S_3 berührt



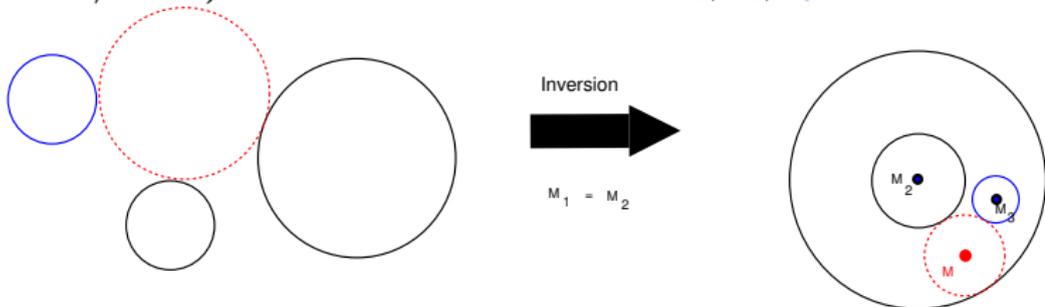
Lösung Finde eine Inversion, die Kreise S_1, S_2 in konzentrierte Kreise überführt (HA).

Aufgabe Gegeben sind drei Kreise S_1, S_2, S_3 . Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der alle Kreise S_1, S_2, S_3 berührt



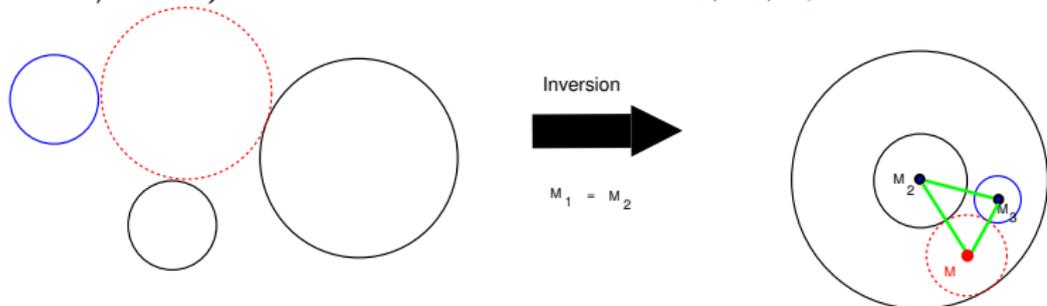
Lösung Finde eine Inversion, die Kreise S_1, S_2 in konzentrierte Kreise überführt (HA). Das Bild von S_3 ist ein Kreis.

Aufgabe Gegeben sind drei Kreise S_1, S_2, S_3 . Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der alle Kreise S_1, S_2, S_3 berührt



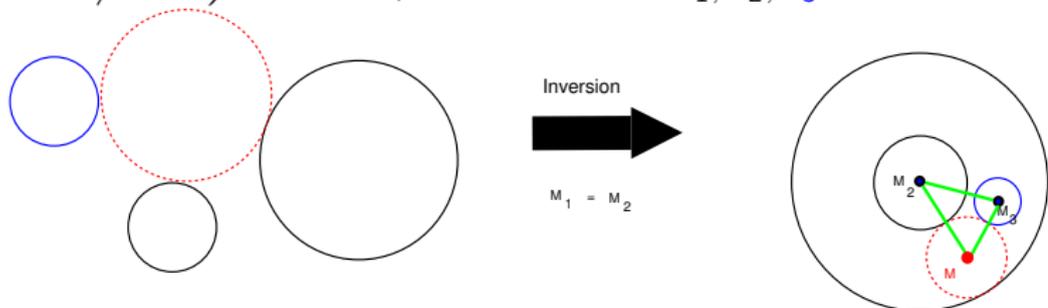
Lösung Finde eine Inversion, die Kreise S_1, S_2 in konzentrische Kreise überführt (HA). Das Bild von S_3 ist ein Kreis. Sei M der Mittelpunkt vom Bild des gesuchten **Kreises**.

Aufgabe Gegeben sind drei Kreise S_1, S_2, S_3 . Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der alle Kreise S_1, S_2, S_3 berührt



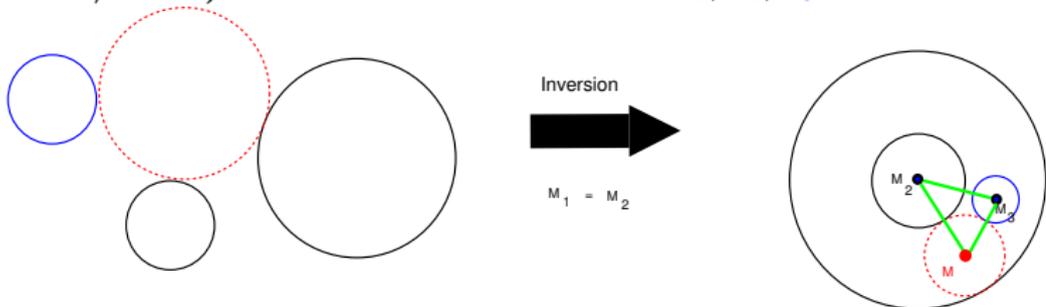
Lösung Finde eine Inversion, die Kreise S_1, S_2 in konzentrische Kreise überführt (HA). Das Bild von S_3 ist ein Kreis. Sei M der Mittelpunkt vom Bild des gesuchten **Kreises**. Dessen **Radius** ist $\frac{1}{2} (\text{Radius}(\text{Bild}_I(S_1)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_2)))$.

Aufgabe Gegeben sind drei Kreise S_1, S_2, S_3 . Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der alle Kreise S_1, S_2, S_3 berührt



Lösung Finde eine Inversion, die Kreise S_1, S_2 in konzentrische Kreise überführt (HA). Das Bild von S_3 ist ein Kreis. Sei M der Mittelpunkt vom Bild des gesuchten **Kreises**. Dessen **Radius** ist $\frac{1}{2} (\text{Radius}(\text{Bild}_I(S_1)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_2)))$. Im **Dreieck** MM_2M_3 kennen wir alle Seiten:

Aufgabe Gegeben sind drei Kreise S_1, S_2, S_3 . Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der alle Kreise S_1, S_2, S_3 berührt



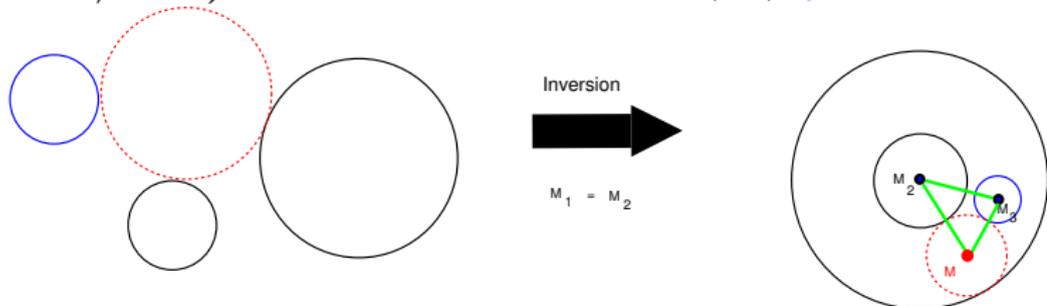
Lösung Finde eine Inversion, die Kreise S_1, S_2 in konzentrierte Kreise überführt (HA). Das Bild von S_3 ist ein Kreis. Sei M der Mittelpunkt vom Bild des gesuchten **Kreises**. Dessen **Radius** ist $\frac{1}{2} (\text{Radius}(\text{Bild}_I(S_1)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_2)))$. Im **Dreieck** MM_2M_3 kennen wir alle Seiten:

$$|MM_3| = \text{Radius}(\text{Bild}_I(S)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_3));$$

$$|MM_2| = \text{Radius}(\text{Bild}_I(S)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_1))$$

M_2, M_3 sind schon konstruiert.

Aufgabe Gegeben sind drei Kreise S_1, S_2, S_3 . Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der alle Kreise S_1, S_2, S_3 berührt



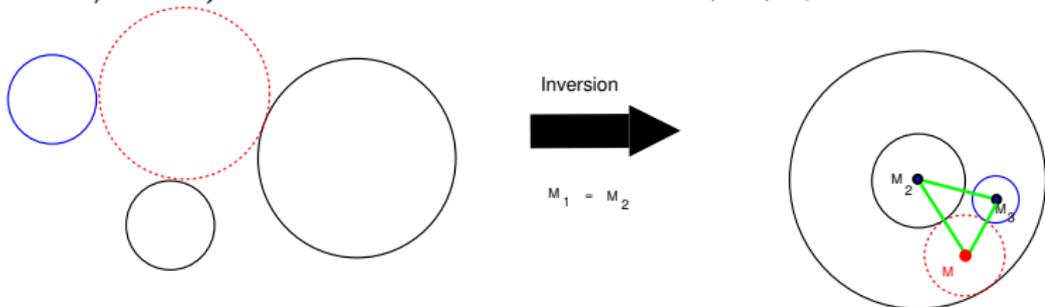
Lösung Finde eine Inversion, die Kreise S_1, S_2 in konzentrische Kreise überführt (HA). Das Bild von S_3 ist ein Kreis. Sei M der Mittelpunkt vom Bild des gesuchten **Kreises**. Dessen **Radius** ist $\frac{1}{2} (\text{Radius}(\text{Bild}_I(S_1)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_2)))$. Im **Dreieck** MM_2M_3 kennen wir alle Seiten:

$$|MM_3| = \text{Radius}(\text{Bild}_I(S)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_3));$$

$$|MM_2| = \text{Radius}(\text{Bild}_I(S)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_1))$$

M_2, M_3 sind schon konstruiert. Dann können wir das Bild von gesuchten Kreises konstruieren.

Aufgabe Gegeben sind drei Kreise S_1, S_2, S_3 . Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der alle Kreise S_1, S_2, S_3 berührt



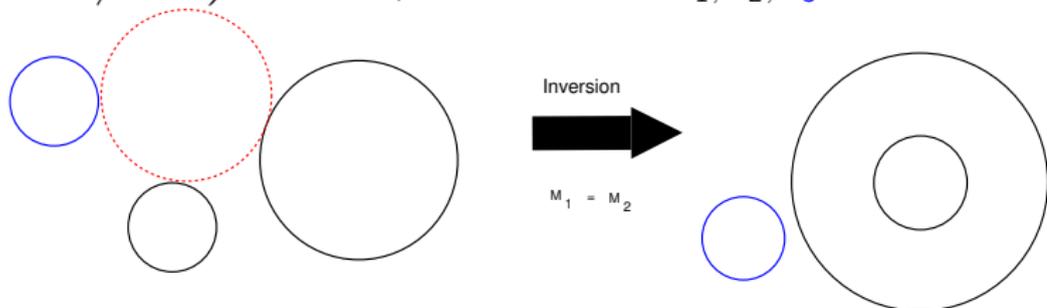
Lösung Finde eine Inversion, die Kreise S_1, S_2 in konzentrische Kreise überführt (HA). Das Bild von S_3 ist ein Kreis. Sei M der Mittelpunkt vom Bild des gesuchten **Kreises**. Dessen **Radius** ist $\frac{1}{2} (\text{Radius}(\text{Bild}_I(S_1)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_2)))$. Im **Dreieck** MM_2M_3 kennen wir alle Seiten:

$$|MM_3| = \text{Radius}(\text{Bild}_I(S)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_3));$$

$$|MM_2| = \text{Radius}(\text{Bild}_I(S)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_1))$$

M_2, M_3 sind schon konstruiert. Dann können wir das Bild von gesuchten Kreises konstruieren. Inversion davon ist der gesuchte Kreis

Aufgabe Gegeben sind drei Kreise S_1, S_2, S_3 . Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der alle Kreise S_1, S_2, S_3 berührt



Lösung Finde eine Inversion, die Kreise S_1, S_2 in konzentrische Kreise überführt (HA). Das Bild von S_3 ist ein Kreis. Sei M der Mittelpunkt vom Bild des gesuchten **Kreises**. Dessen **Radius** ist $\frac{1}{2} (\text{Radius}(\text{Bild}_I(S_1)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_2)))$. Im **Dreieck** MM_2M_3 kennen wir alle Seiten:

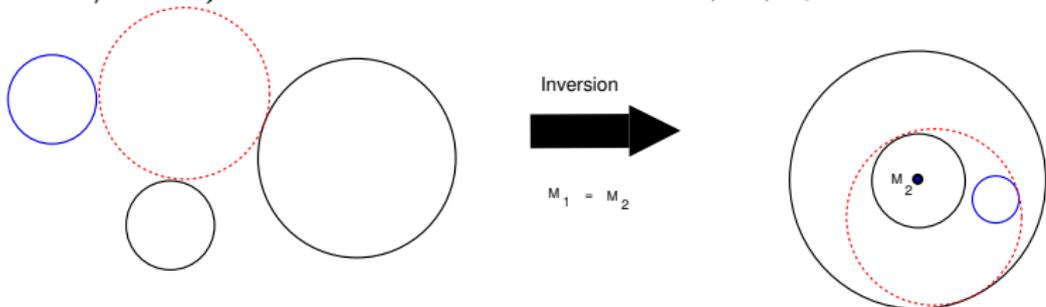
$$|MM_3| = \text{Radius}(\text{Bild}_I(S)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_3));$$

$$|MM_2| = \text{Radius}(\text{Bild}_I(S)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_1))$$

M_2, M_3 sind schon konstruiert. Dann können wir das Bild von gesuchten Kreises konstruieren. Inversion davon ist der gesuchte Kreis

Bemerkung: Die Konstruktion ist nicht immer möglich;

Aufgabe Gegeben sind drei Kreise S_1, S_2, S_3 . Konstruiere (mit Zirkel/Lineal) den **Kreis**, der alle Kreise S_1, S_2, S_3 berührt



Lösung Finde eine Inversion, die Kreise S_1, S_2 in konzentrische Kreise überführt (HA). Das Bild von S_3 ist ein Kreis. Sei M der Mittelpunkt vom Bild des gesuchten **Kreises**. Dessen **Radius** ist $\frac{1}{2} (\text{Radius}(\text{Bild}_I(S_1)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_2)))$. Im **Dreieck** MM_2M_3 kennen wir alle Seiten:

$$|MM_3| = \text{Radius}(\text{Bild}_I(S)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_3));$$

$$|MM_2| = \text{Radius}(\text{Bild}_I(S)) + \text{Radius}(\text{Bild}_I(S_1))$$

M_2, M_3 sind schon konstruiert. Dann können wir das Bild von gesuchten Kreises konstruieren. Inversion davon ist der gesuchte Kreis

Bemerkung: Die Konstruktion ist nicht immer möglich; manchmal sind mehrere Lösungen möglich