Schnellkurs „Ohmsches Gesetz“
Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen

Jeder kennt aus der Schule das Ohmsche Gesetz:

$$\mathbf{R = \frac{U}{I}}$$

Aber was bedeutet es?

- **I** – Strom (el. Stromstärke)
- **U** – Spannung (el. Spannung)
- **R** – Widerstand (el. Widerstand)

Vorbemerkung: es gibt elektrische Ladungen und elektrisch geladene Körper
(Atombau – Elektron, Proton – Elementarladung $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C)

1

Elektrische Ladung

$$\mathbf{R = \frac{U}{I}}$$

Es gibt elektrische Ladungen (**Q**) und elektrisch geladene Körper
(Elektron, Proton – Elementarladung $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Coulomb)

Es gibt 2 Arten von Ladungen, **positiv** (+) und **negativ** (–) genannt.

Zwischen Ladungen wirken **Kräfte** (**Coulombsches Gesetz**)

(gleichnamig → Abstoßung, ungleichnamig → Anziehung).

Sie können deshalb **Arbeit** verrichten ($W = F \cdot s$)
und **Energie** tragen (Energie – Fähigkeit, eine Arbeit zu verrichten).

Ladungen können nicht verschwinden, aber pos. und neg. Ladungen können sich gegenseitig kompensieren.

2

Coulombsches Gesetz

Zwischen Ladungen wirken **Kräfte – Coulombsches Gesetz** (gleichnamig → Abstoßung, ungleichnamig → Anziehung).

$$F \sim \frac{Q_1\, Q_2}{r^2} \qquad \vec{F}_{12} = \frac{Q_1\, Q_2}{4\pi\varepsilon\, r^2} \cdot \vec{e}_{12}$$

F, $\vec{F}_{12}$ – Kraft von Ladung 1 auf Ladung 2 (Betrag bzw. Vektor)

Q_1, Q_2 – Ladung 1, Ladung 2

r – Abstand der Ladungen (Punktladungen)

$4\pi r^2$ – Kugelfläche mit dem Radius r

e_{12} – Abstands-Einheitsvektor

ε – Dielektrizitätskonstante (materialabhängig, im Vakuum: $8{,}86 \cdot 10^{-12}$ As/Vm)

Charles Augustin de Coulomb, 1785

3

Elektrische Stromstärke (kurz: Strom)

$$\mathbf{R = \frac{U}{I}}$$

Strom I: Ladungsmenge, die je Zeiteinheit durch einen Querschnitt **fließt** – vergleichbar einem Wasserstrom

[I] = C / s = A (Ampere – SI-Einheit, kleinere Einheit: 1mA)

1C / 1s = 1A – 1C = 1As

Strom fließt auf Grund der Kräfte, die auf die Ladungsträger wirken,

er fließt gut in Leitern (Metalle – viele freie Ladungsträger), weniger gut in Halbleitern und äußerst schlecht (gar nicht) in Nichtleitern

Anmerkung: El. Strom ist immer von einem Magnetfeld umgeben!

4

Elektrische Spannung

$$R = \frac{U}{I}$$

Spannung U: Energie je Ladungseinheit

(die beispielsweise gebraucht wird, um die Ladung gegen die Feldkräfte von A nach B zu bringen)
wird immer zwischen 2 Punkten gemessen (hier A und B)

Bsp: Steckdose, 2 Anschlüsse, U = 230V
(Effektivwert, da Wechselspannung)

$U = W / Q$
$[U] = Nm / As = V$ (Volt) | 1Nm = 1VAs = 1Ws

Strom „fließt“ – Spannung „liegt an“

5

Elektrische Spannung

$$R = \frac{U}{I}$$

Strom **I**: Ladungsmenge, die je Zeiteinheit durch einen Querschnitt fließt
Spannung **U**: Energie je Ladungseinheit

$I = Q / t$ – $[I] = C / s = A$ (Ampere)
$U = W / Q$ – $[U] = Nm / As = V$ (Volt)

Wenn wir den elektrischen Strom mit einem Wasserstrom vergleichen (m^3/s), dann entspricht der elektrischen Spannung der Druck

Druck – $N/m^2 = Nm/m^3$ – Energie je m^3 Wassermenge

Spannung (Druck, bzw. Druckdifferenz)
treibt einen elektrischen Strom (Wasserstrom) an

Strom „fließt“ – Spannung „liegt an“

6

Elektrischer Widerstand

$$R = \frac{U}{I}$$

Welcher Strom fließt nun bei angelegter Spannung durch einen Leiter?

$$I = U / R$$

Der Strom hängt bei geg. Spannung vom Material und der Form des Leiters ab.

Freie Ladungsträger (Elektronen), die den Strom bilden, werden unter der Kraftwirkung beschleunigt, stoßen mit Atomen zusammen, werden abgebremst und geben ihre kinetische Energie an das Leitermaterial ab – Erwärmung .

Der Leiter stellt für den Strom einen **Widerstand** (R - Resistor) dar.

7

Elektrischer Widerstand

$$I = \frac{U}{R}$$

Der Leiter stellt für den Strom einen **Widerstand** (R - Resistor) dar.

Großer Widerstand – kleiner Strom und umgekehrt.

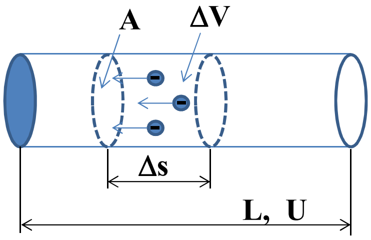
$[R] = V / A = \Omega$ (Ohm)

$1V$ an $1\Omega \rightarrow 1A$, $1V$ an $1\ k\Omega \rightarrow 1\ mA$

8

„Beweis“ + Bemessungsgleichung

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$



Freie Ladungsträger (Elektronen) fließen mit konstanter mittlerer Geschwindigkeit. (Kraft, Beschleunigung, mittlere freie Weglänge, Zusammenstoß, mittlere Geschw. v)

Diese mittlere Geschwindigkeit ist der Kraft und damit der el. Spannung proportional (genauer: der el. Feldstärke $E = U/L$).

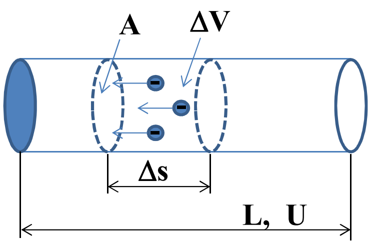
$U = W/Q = F \cdot s / Q \quad \rightarrow \quad F = Q \cdot U / s = Q \cdot E$

$v \sim F \sim E \quad \rightarrow \quad v = \mu \cdot E = \mu \cdot U/L \qquad \mu$ – Beweglichkeit

Diese Proportionalität ist der „Knackpunkt“, ansonsten gilt $I = U/R$ nicht.

„Beweis“ + Bemessungsgleichung

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$



$\Delta Q = n \cdot e \cdot \Delta V \qquad$ e – Elementarladung, n – Dichte $1/m^3$

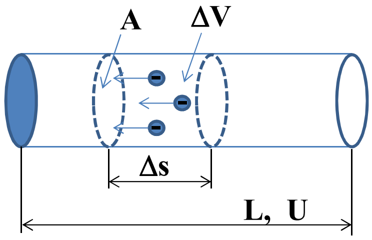
$\quad\;\; = n \cdot e \cdot A \cdot \Delta s$

Dabei ist Δs so gewählt, dass in der Zeiteinheit Δt alle Elektronen (mit der mittleren Geschwindigkeit v) aus ΔV durch A hindurchtreten.

$\Delta s = v \cdot \Delta t \quad \rightarrow \quad I = \Delta Q / \Delta t = n \cdot e \cdot A \cdot v = n \cdot e \cdot A \cdot \mu \cdot U/L$

„Beweis“ + Bemessungsgleichung

$$\mathbf{I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}}$$



e – Elementarladung, μ – Beweglichkeit, n – Dichte $1/m^3$

$I = \Delta Q / \Delta t = n \cdot e \cdot \mu \cdot A \cdot U/L$

$n \cdot e \cdot \mu = \kappa$ – Leifähigkeit (κ – Kappa)

$$\frac{\kappa A}{L} = \frac{1}{R} \qquad \mathbf{I = \frac{U}{R}}$$

11

„Beweis“ + Bemessungsgleichung

$R = L / (\kappa \cdot A)$ – Bemessungsgleichung

aus der Schule vielleicht besser bekannt: $R = \rho \cdot L / A$
mit $\rho = 1/\kappa$ – spezifischer Widerstand

L groß → R groß (doppeltes L → doppeltes R)
A groß → R klein (doppeltes A → halbes R)
(halbes A → doppeltes R, halber ∅ → vierfaches R)
κ groß → R klein

R = const. (und I = U/R) gilt nur für κ = const. !

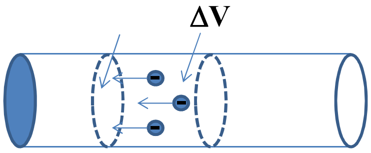
$\kappa = n \cdot e \cdot \mu$

(Halbleiter: n = f(T) - ↑↑, Metalle: μ = f(T) - ↓)

12

Stromrichtung

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$



In welche Richtung fließt nun eigentlich der elektrische Strom?

Technische Stromrichtung: von + nach –
Richtung der positiven Ladungsträger,
von + abgestoßen, von – angezogen

aber in Leitern fließen Elektronen (negative Ladung) !
→ **Physikalische Stromrichtung:** von – nach +

Physiker benutzen die Technische Stromrichtung!
(Elektronen – , Löcher +, Ionen + oder –)

13

Elektrische Energie, Arbeit, Leistung

In der Öffentlichkeit wird häufig über Strom, Stromerzeugung, Stromverbrauch etc. gesprochen.

„ 2004 Jahre seit Christi Geburt –
und Sie haben immer noch keinen grünen Strom ? “

Ist wirklich Strom gemeint? Bezahlen wir den Strom?

Nein – wir beziehen (und bezahlen) **Energie**, die bei uns **Arbeit** leistet!

(Umwandlung der elektrischen Energie in Wärme, Licht, mechanische Energie usw.)

14

Elektrische Energie, Arbeit, Leistung

Wir beziehen (und bezahlen) **Energie**, die bei uns **Arbeit** leistet

230 V in der Steckdose – welche Energie?

Spannung **U** – Energie je Ladungseinheit
Strom **I** – Ladung je Zeiteinheit

→ Energie **W** – Spannung × Strom × Zeit $(W = U \cdot I \cdot t)$

$[W] = V\,A\,s = Ws \; (= Nm)$

Leistung P – Arbeit (bzw. Energie) je Zeit

$P = W / t = U \cdot I$
$[P] = V\,A = W$ (Watt)

15

Elektrische Energie, Arbeit, Leistung

Wir beziehen (und bezahlen) **Energie**, die bei uns **Arbeit** leistet!

Welche Energie „verbrauche" ich (wandle ich um)
z.B. mit einer 100W–Glühlampe?

Das hängt davon ab, wie lange sie „brennt" :

1h: $W = P \cdot t = 100\ W \cdot 3600\ s = 360\,000\ Ws$

handlicher: 0,1 kWh (Kilowattstunde)

(die kWh kostet z.Z. 0,20 – 0,25 Euro)

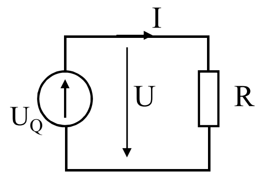
Andere Frage: welcher Strom fließt, welchen Widerstand hat die (heiße) Glühlampe?

$P = U \cdot I \;\rightarrow\; I = P/U = 100\ W / 230V = 0{,}435\ A = 435\ mA$

$R = U / I \;(= U^2 / P) = 529\ \Omega \;\cong\; 0{,}5\ k\Omega$

16

Einfacher Stromkreis



$$W = U \cdot I \cdot t$$

$$W_Q = W_R \qquad (U_Q = U_R = U)$$

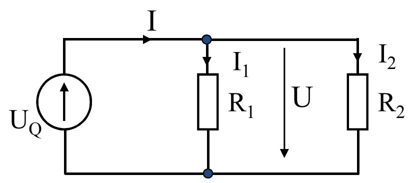
Quelle (Spannungsquelle – eigentlich Energiequelle) – wandelt nichtelektrische Energie (mech., chemisch, ...) in elektrische Energie um.

(Spannungsquelle: ideales Bauelement, liefert konstante Spannung unabhängig vom Strom, d.h. von der entnommenen Energie)

Widerstand – **Verbraucher** – wandelt elektrische Energie in nichtelektrische um.

17

Verzweigter Stromkreis – Parallelschaltung



$$W_Q = W_{R1} + W_{R2}$$

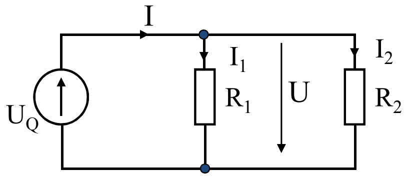
$$U \cdot I \cdot t = U \cdot I_1 \cdot t + U \cdot I_2 \cdot t$$

$$I = I_1 + I_2$$

Die Summe der Ströme, die in einen Knoten hineinfließen, ist gleich der Summe der Ströme, die herausfließen – **Knotensatz**

18

Verzweigter Stromkreis – Parallelschaltung



$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{R}}$$

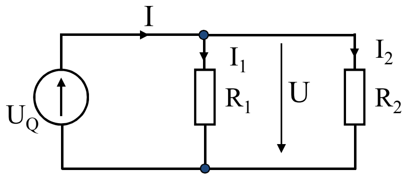
$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$$

$$\frac{\mathbf{U}}{\mathbf{R}_{ges}} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{R}_1} + \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{R}_2}$$

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R}_{ges}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R}_1} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R}_2}$$

19

Verzweigter Stromkreis – Parallelschaltung



$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{R}}$$

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R}_{ges}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R}_1} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R}_2}$$

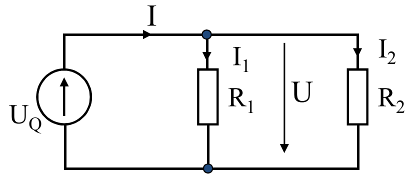
$$\mathbf{R}_{ges} = \frac{\mathbf{R}_1\,\mathbf{R}_2}{\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2}$$

$R_{ges} < R_1, R_2$ – wenn $R_1 = R_2 = R$, dann ist $R_{ges} = ½\,R$

(vgl. $R = L/(\kappa \cdot A)$)

20

Verzweigter Stromkreis – Stromteilerregel



$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{I}}$$

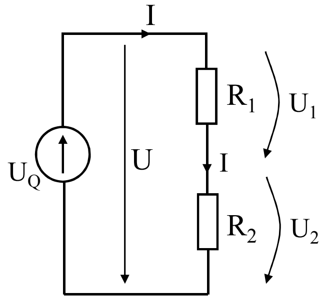
$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_2$$

$$\mathbf{R}_{ges}\,\mathbf{I}_{ges} = \mathbf{R}_1\,\mathbf{I}_1 = \mathbf{R}_2\,\mathbf{I}_2$$

$$\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{I}_2} = \frac{\mathbf{R}_2}{\mathbf{R}_1} \qquad \frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{I}_{ges}} = \frac{\mathbf{R}_{ges}}{\mathbf{R}_1} = \frac{\mathbf{R}_2}{\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2}$$

21

Stromkreis – Reihenschaltung



$$\mathbf{W}_Q = \mathbf{W}_{R1} + \mathbf{W}_{R2}$$

$$\mathbf{U \cdot I \cdot t} = \mathbf{U}_1 \cdot \mathbf{I \cdot t} + \mathbf{U}_2 \cdot \mathbf{I \cdot t}$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2$$

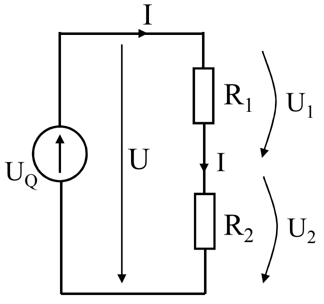
Die Spannung teilt sich auf – an den Widerständen **fallen** Spannungen **ab**.

Spannung ist Energie je Ladungseinheit. In der Spannungsquelle erhalten die Ladungsträger Energie, in den Verbrauchern geben sie sie wieder ab.

In einer Masche ist die Summe der Urspannungen (der Spannungen der Spannungsquellen) gleich der Summe der Spannungsabfälle – **Maschensatz**

22

Stromkreis – Reihenschaltung



$$\mathbf{U} = \mathbf{U_1} + \mathbf{U_2}$$

$$\mathbf{R_{ges}\, I} = \mathbf{R_1\, I} + \mathbf{R_2\, I}$$

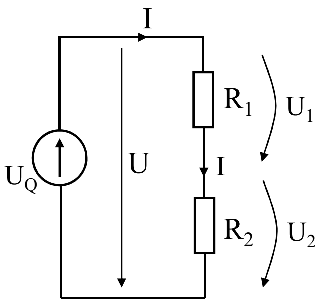
$$\mathbf{R_{ges}} = \mathbf{R_1} + \mathbf{R_2}$$

$R_{ges} > R_1, R_2$ – wenn $R_1 = R_2 = R$, dann ist $R_{ges} = 2\,R$

(vgl. wieder $R = L/(\kappa \cdot A)$)

23

Stromkreis – Spannungsteilerregel



$$\mathbf{R_{ges}} = \mathbf{R_1} + \mathbf{R_2}$$

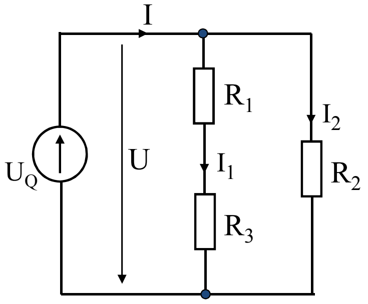
$$\mathbf{I} = \mathbf{I_1} = \mathbf{I_2}$$

$$\frac{\mathbf{U_{ges}}}{\mathbf{R_{ges}}} = \frac{\mathbf{U_1}}{\mathbf{R_1}} = \frac{\mathbf{U_2}}{\mathbf{R_2}}$$

$$\frac{\mathbf{U_1}}{\mathbf{U_2}} = \frac{\mathbf{R_1}}{\mathbf{R_2}} \qquad \frac{\mathbf{U_1}}{\mathbf{U_{ges}}} = \frac{\mathbf{R_1}}{\mathbf{R_{ges}}} = \frac{\mathbf{R_1}}{\mathbf{R_1+R_2}}$$

24

Verzweigter Stromkreis



Kompliziertere Schaltungen müssen schrittweise (von innen nach außen) berechnet werden.

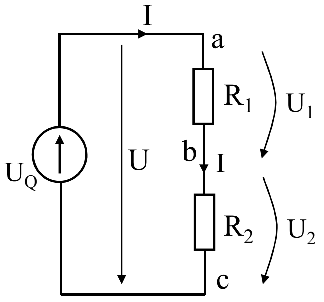
$U_Q = 5V$, $R_1 = 300\ \Omega$, $R_2 = 500\ \Omega$, $R_3 = 200\ \Omega$

$R_1 + R_3 = 500\ \Omega$, $U_1 = 3V$, $U_3 = 2V$

$R_{1,3} \parallel R_2 = 250\ \Omega$, $I = 20$ mA, $I_1 = I_2 = 10$ mA

25

Stromkreis – Spannungsabfall



$U = U_1 + U_2$

Was ist der **Spannungsabfall** ?

$\Phi_c = 0$, $\Phi_a = U_{ac} = 5V$, $\Phi_b = U_{bc} = 4V$

Bisher hatten wir das Ohmsche Gesetz meist so genutzt:

$I = U/R$ – Welcher Strom fließt durch R, wenn U Volt anliegen?

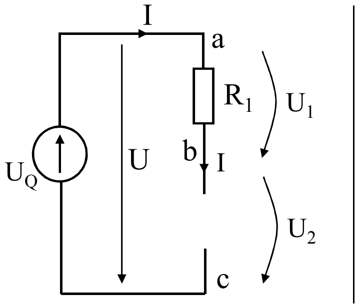
Es geht aber auch anders herum: Wenn ein Strom I durch R fließt – welche Spannung liegt zwischen den Anschlüssen von R? $(U = R \cdot I)$

Bsp.: $U_Q = 5V$, $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 400\ \Omega$

$I = 10$ mA, $U_1 = 1V$; 1V Spannungsabfall : $U_2 = U_{bc} = U_{ac} - 1V = 4V$

26

Stromkreis – Spannungsabfall



$$U = U_1 + U_2$$

Was ist der **Spannungsabfall** ?

Wenn ein Strom I durch R fließt – welche Spannung liegt zwischen den Anschlüssen von R? ($U = R \cdot I$)

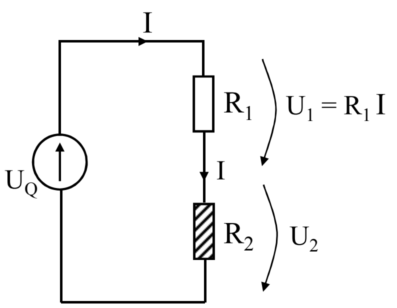
Bsp.: $U_Q = 5V$, $R_1 = 100\ \Omega$

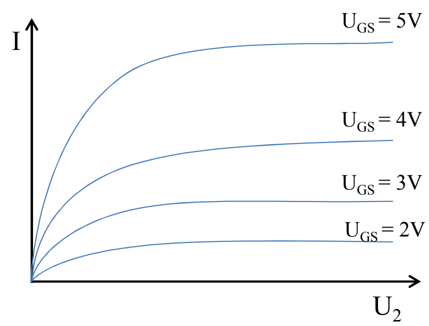
$I = 0$, $U_1 = 0V$ – kein Spannungsabfall!

$U_2 = U_{bc} = U_{ac} - 0V = 5V$ (Leerlaufspannung)

27

Stromkreis – Nichtlineare Verbraucher





Nichtlinearer Widerstand R_2

$U_2 \neq R_2\, I$

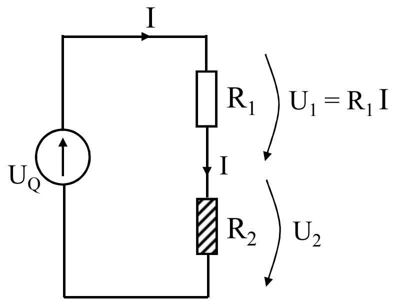
Kennlinie $I = f(U_2)$ gegeben - (bzw. Kennlinienfeld)

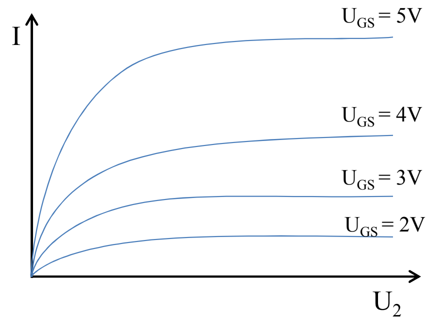
Wie können wir jetzt Strom und Spannungen bestimmen?

→ Grafische Methode

28

Stromkreis – Nichtlineare Verbraucher





→ Grafische Methode

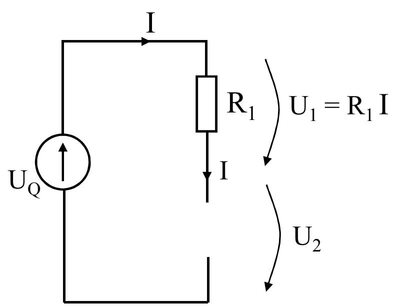
haben einerseits Kennlinie $I = f(U_2)$ (d.h. aus Sicht von R_2)

andererseits (aus Sicht von U_Q mit R_1) :

$$U_2 = U_Q - R_1 I$$

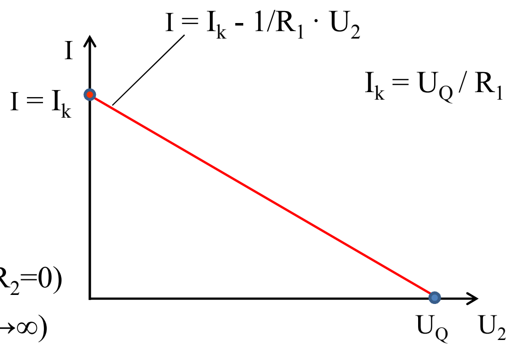
bzw. $I = U_Q / R_1 - U_2 / R_1 = I_k - 1/R_1 \cdot U_2$

Stromkreis – Nichtlineare Verbraucher



Grafische Methode
einerseits Kennlinie $I = f(U_2)$
andererseits (aus Sicht von U_Q mit R_1) :

$$I = I_k - 1/R_1 \cdot U_2$$



Arbeitsgerade:

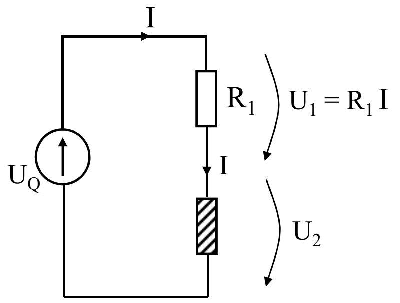
$$I = I_k - 1/R_1 \cdot U_2$$

2 wichtige Punkte:

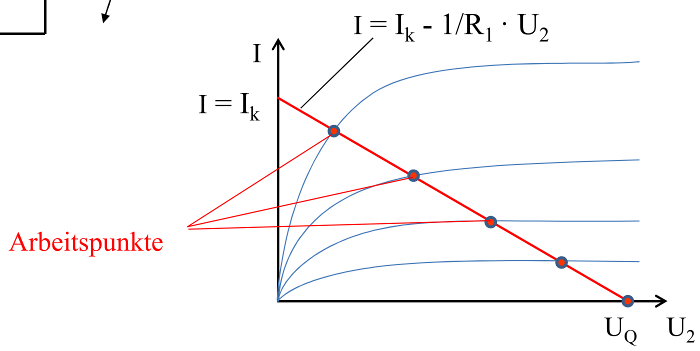
$U_2 = 0$, $I = I_k$ (Kurzschluss, R_2=0)

$I = 0$, $U_2 = U_Q$ (Leerlauf, $R_2 \rightarrow \infty$)

Stromkreis – Nichtlineare Verbraucher

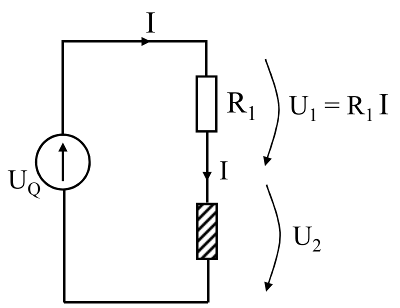


Grafische Methode
einerseits Kennlinie $I = f(U_2)$
andererseits (aus Sicht von U_Q mit R_1)
→ Arbeitsgerade



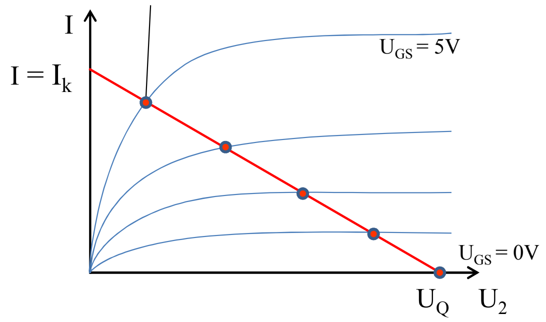
31

Stromkreis – Nichtlineare Verbraucher



Grafische Methode
einerseits Kennlinie $I = f(U_2)$
andererseits (aus Sicht von U_Q mit R_1)
→ Arbeitsgerade

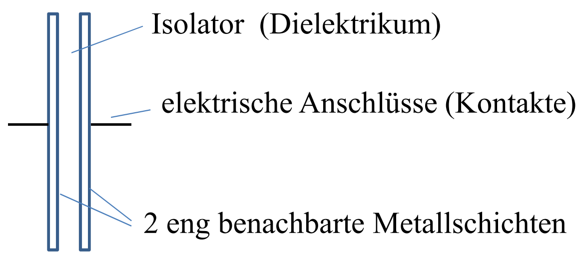
I groß, U_2 klein, R_2 klein,
Transistor leitend – Schalter geschlossen



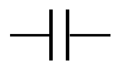
32

Kondensator

Plattenkondensator



Schaltsymbol:



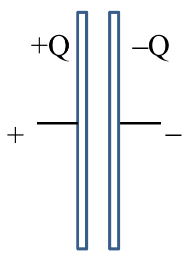
Ein Strom (I) kann durch den Kondensator nicht fließen (Isolator).

Aber – wenn eine Spannung an die Kontakte gelegt wird, lädt sich der Kondensator auf (+Q an Plus, –Q an Minus)

Und dazu fließt auch ein kurzer Strom (i) durch die Anschlüsse.

Kondensator

Plattenkondensator



Wenn eine Spannung an die Kontakte gelegt wird, lädt sich der Kondensator auf –

+Q an Plus, –Q an Minus

Dabei gilt: $Q \sim U$, $Q = C \cdot U$ $[C] = As / V = 1F$ (pF, µF)

die Größe C heißt Kapazität (etwa: Speichervermögen)

$C = \varepsilon \cdot A / d$ — ε – Dielektrizitätskonstante
materialabhängig (Polarisation, $\varepsilon = \varepsilon_0\, \varepsilon_r$)
Vakuum (Luft): $\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12}$ As/Vm

C - „Beweis“ + Bemessungsgleichung

Zum „Beweis” benötigen wir eine weitere Gesetzmäßigkeit
(neben dem Coulombsches Gesetz unser 2. „Axiom“)

$$\vec{F}_{12} = \frac{Q_1\,Q_2}{4\pi\varepsilon\,r^2}\cdot\vec{e}_{12} = \vec{E}_1\cdot Q_2 \qquad \vec{E}_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon\,r^2}\cdot\vec{e}_r$$

$A = 4\pi r^2$ ist die Oberfläche einer Kugel mit dem Radius r
diese Kugel umfasst die Ladung Q_1

es gilt: $\varepsilon \cdot E \cdot A = Q_{umfasst}$

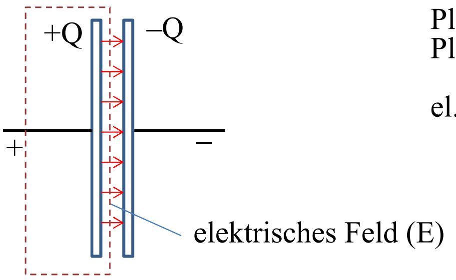
Die allgemeine Gesetzmäßigkeit lautet:
(wenn E nicht konstant über der geschlossenen Fläche A und nicht senkrecht auf A)

$$\oiint_A \varepsilon\vec{E}\cdot d\vec{a} = Q_{umfasst}$$

(Gaußscher Satz der Elektrostatik , 4. Maxwellsche Gleichung)

35

C - „Beweis“ + Bemessungsgleichung



Plattenfläche A
Plattenabstand d

el. Feldstärke $E = U/d$

im Plattenkondensator konzentriert sich das elektrische Feld zwischen den Platten, dort herrscht ein **homogenes Feld**, der Außenraum ist praktisch feldfrei –

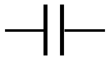
$$\oiint_A \varepsilon\vec{E}\cdot d\vec{a} = \varepsilon E\cdot A$$

Somit gilt: $Q = \varepsilon \cdot U/d \cdot A = \varepsilon \cdot A/d \cdot U = C \cdot U$

36

Strom durch den Kondensator

Plattenkondensator

Schaltsymbol: 

Ein Gleichstrom I kann durch den Kondensator nicht fließen (Isolator).

Aber beim Laden und Entladen fließt ein kurzer Strom (i) durch die Anschlüsse (veränderliche Größen – klein geschrieben).

$I = \Delta Q / \Delta t \quad \rightarrow \quad i = dq/dt \quad | \quad q = C \cdot u$

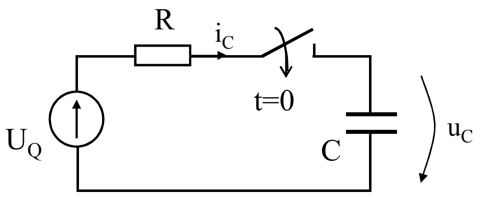
$$i_c = C \cdot \frac{du_c}{dt}$$

Beispiel: Wechselspannung am Kondensator

$u_C = \hat{U} \cdot \sin(\omega t) \quad \rightarrow \quad i_C = C \cdot \hat{U} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$ (90° Phasenverschiebung)

37

Aufladen des Kondensators



$i = C \cdot du/dt$

$u_C = U_Q - u_R = U_Q - R \cdot i$

$i_C = - RC \cdot di/dt$

$di/dt + 1/RC \cdot i = 0$ lineare, homogene Dgl. 1.Ordnung mit konstanten Koeffizienten

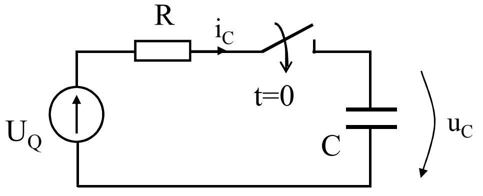
Lösung: Ansatz $\mathbf{i = K\, e^{\lambda t}}$, $di/dt = K\lambda\, e^{\lambda t}$ (lin. Dgl. 1.O.)

$K\lambda\, e^{\lambda t} + 1/RC\; K\, e^{\lambda t} = 0$

$\lambda = - 1/RC \qquad i = K\, e^{-t/RC}$

38

Aufladen des Kondensators



$i = C \cdot du/dt$

$u_C = U_Q - u_R = U_Q - R \cdot i$

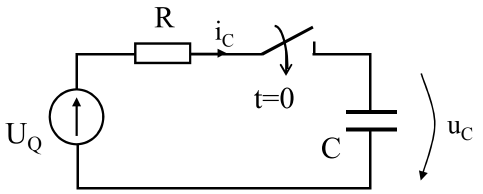
$i_C = - RC \cdot di/dt$

$i = K\, e^{-t/RC}$ für K Anfangsbedingung auswerten:

$t=0,\; u_C = 0,\; U_Q = R \cdot i,\quad i(t=0) = U_Q/R = K \cdot e^{-0} = K$

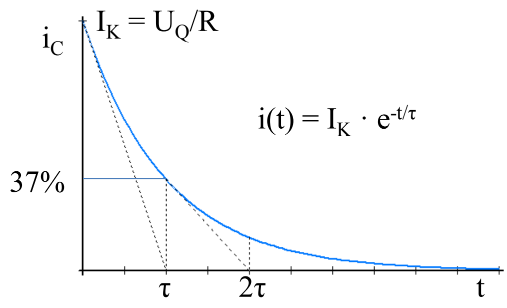
$\mathbf{i(t) = U_Q/R \cdot e^{-t/RC} = I_K \cdot e^{-t/\tau}}$ $\quad \tau = RC,\quad [\tau] = V/A \cdot As/V = s$

Aufladen des Kondensators

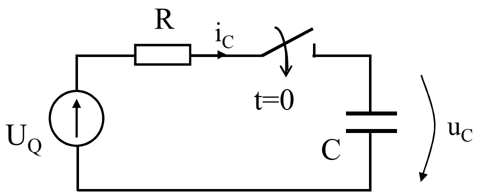


$i = C \cdot du/dt$

$i(t) = U_Q/R \cdot e^{-t/\tau}$



Aufladen des Kondensators



$i = C \cdot du/dt$

$i(t) = U_Q/R \cdot e^{-t/\tau}$

$u_C = U_Q - u_R = U_Q - R \cdot i$

$i(t) = U_Q/R \cdot e^{-t/\tau}$

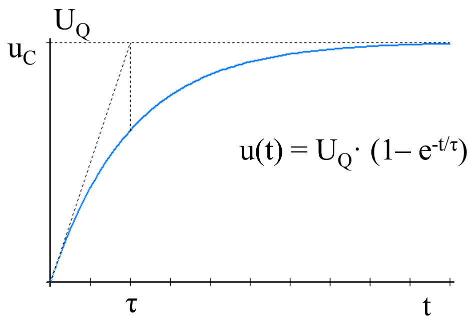
$\mathbf{u_C(t) = U_Q \cdot (1 - e^{-t/\tau})}$

Analog beim Entladen:

$\mathbf{u_{Ce}(t) = U_Q \cdot e^{-t/\tau 2}}$

falls $R_2 \neq R_1$

dann auch: $\tau_2 \neq \tau_1$



41

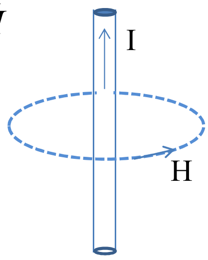
Magnetismus

Ein elektrischer Strom wird immer von einem Magnetfeld umgeben!

Magnetfeld → Kraftwirkung auf bewegte Ladungen
(z.B. Strahlablenkung in Omas Fernsehbildröhre)

damit auch Kraftwirkung auf stromdurchflossene Leiter (Elektromotor)
und Kraftwirkung auf magnetische Materialien
(Kompassnadel – Oersted 1820)

$$\vec{F} \sim \vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$



$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi \cdot r} \cdot \vec{e}_\alpha \qquad [H] = A/m$$

Richtung von H:
Rechte-Hand-Regel

42

Magnetismus

Gerader Leiter: $\vec{H} = \frac{I}{2\pi \cdot r} \cdot \vec{e}_\alpha$

Durchflutungsgesetz, 1. Maxwellsche Gleichung
H – magnetische Feldstärke (mg. Erregung), B – Flussdichte

stärkeres Magnetfeld: **Spule** mit n Windungen
(Überlagerung der einzelnen Anteile)

$H = n \cdot I / L$

Kraft auf bewegte Ladung (**Lorentzkraft**): $\vec{F} = Q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$

$[B] = N / As / (m/s) = Nm/Am^2 = VAs/Am^2 = Vs/m^2$ (Fluss-Dichte !)

$[\mu] = Vs/m^2 / (A/m) = Vs/Am$ Permeabilität – mg. Leitfähigkeit

43

Magnetismus

$[B] = Vs/m^2 = 1T = 10^4 G$ (T – Tesla, G – Gauß, Gauss)

$[\mu] = Vs/Am$ **Permeabilität** – Leitfähigkeit für den Magnetfluss

$\mu_0 = 1{,}25 \cdot 10^{-6}$ Vs/Am – $\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12}$ As/Vm

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3{,}0 \cdot 10^8\, m/s = c_0$$

$c_0 = 3 \cdot 10^8$ m/s – **Lichtgeschwindigkeit** (im Vakuum)
Ausbreitungsgeschwindigkeit für
elektromagnetische Wellen

44

Ferromagnetismus

Ein elektrischer Strom wird immer von einem Magnetfeld umgeben –

das gilt auch für **Kreisströme im atomaren Bereich** (Elektronenspin)

– normalerweise heben die Magnetfelder benachbarter Atome sich gegenseitig auf
– keine Aufhebung bei Eisen (Fe) und einigen anderen Metallen (Ni, Co) und Legierungen
– **Weisssche Bezirke** gleicher Magnetisierungsrichtung (etwa 10^{-5} bis 10^{-3} m), **Blochwände**
– zunächst Aufhebung der Magnetfelder der Weiss-Bezirke nach außen
– kommt Eisen in ein äußeres Magnetfeld wird es magnetisiert -
zunächst durch Verschiebung der Blochwände
später auch durch Ummagnetisierung von Weiss-Bezirken
bei starker Magnetisierung tritt eine Sättigung ein (Nichtlinearität)
– nach Wegfall des äußeren Feldes geht die Magnetisierung nicht völlig zurück – Remanenz B_R – **Hysteresekurve**

45

Ferromagnetismus

Nach Wegfall des äußeren Feldes geht die Magnetisierung nicht völlig zurück – Remanenz B_R – Hysteresekurve

– Weicheisen – geringe Remanenz, leichtes Ummagnetisieren
→ Eisenkerne von Spulen, Transformatoren, Elektromotoren

– Harteisen – starke Remanenz
→ Permanentmagnete
→ magnetische Datenspeicherung
Festplatten, Disketten,
Magnetband
Ferritkerne
nicht-flüchtige Speicherung !

46

Induktion

Ein elektrischer Strom wird immer von einem Magnetfeld umgeben
– gilt das auch andersherum ?
– erzeugt ein Magnetfeld einen elektrischen Strom (in einer Leiterschleife) ?

Nicht direkt !

Aber:
wegen der **Lorentzkraft** auf im Magnetfeld bewegte Ladung
wirkt eine Kraft auf die freien Elektronen in einem Leiter,
wenn dieser quer durch ein Magnetfeld bewegt wird, $\vec{F} = Q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$

die freien Elektronen werden durch diese Kraft längs des Leiters verschoben,
an den Enden des Leiters entsteht eine **Spannung**
(Umwandlung von mechanischer in elektrische Energie)

47

Induktion

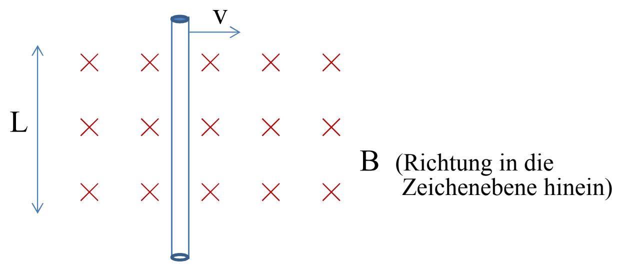
Es wirkt eine Kraft auf die freien Elektronen in einem Leiter,
wenn dieser quer durch ein Magnetfeld bewegt wird. $\vec{F} = Q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$

Annahme: $\vec{B}$, $\vec{v}$, und die Richtung des Leiters stehen senkrecht aufeinander:

$F = Q \cdot v \cdot B$, $W = F \cdot s$, $U = W/Q$

$\underline{U = v \cdot B \cdot L}$

Bewegungsinduktion



48

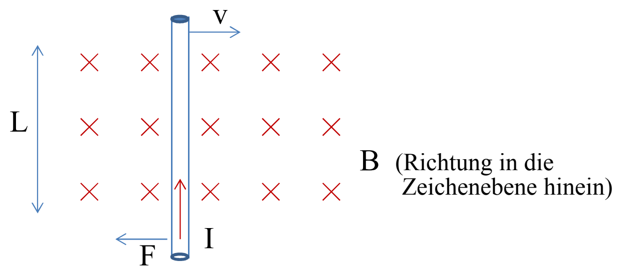
Induktion

Bewegungsinduktion: U = v · B · L

Wird der Leiter (außerhalb des Magnetfeldes) zu einer Leiterschleife verbunden, fließt in dieser ein Strom (Elektronen bewegen sich).

Auf die bewegten Elektronen wirkt wiederum die Lorentzkraft (s.o.) d.h. auf den ganzen Leiter wirkt eine Kraft, die der Geschwindigkeit v gerade entgegenwirkt, die also die Bewegung hemmt,

→ wir müssen mechanische Energie aufwenden !



49

Induktion

Bewegungsinduktion:

U = v · B · L

Leiterschleife → el. Strom (Elektronen bewegen sich).

→ auf den ganzen Leiter wirkt eine Kraft,
die der Geschwindigkeit entgegen wirkt,
die also die Bewegung hemmt

Lenzsche Regel:
Der durch Induktionserscheinungen hervorgerufene elektrische Strom fließt immer in der **Richtung**, in der seine Wirkung (Kraft, Magnetfeld) der Ursache der Induktion (Bewegung, Flussänderung) entgegen wirkt.

Bewegungsinduktion → wir müssen mechanische Energie aufwenden!
(Würde der Strom andersherum fließen hätten wir ein Perpetuum Mobile.)

50

Induktion - Leistungsbilanz

Bewegungsinduktion: $U_i = v \cdot B \cdot L$

Leiterschleife $\rightarrow$ el. Strom (abh. vom Widerstand, d.h. $I = U_i / R$)

Elektrische Leistung: $P_e = U \cdot I = v \cdot B \cdot L \cdot I$

Mechanische Leistung: $P_m = W / t = F \cdot s / t = F \cdot v$

Kraft auf den stromdurchflossenen Leiter:

$$F = nq \cdot v_i \cdot B = nq \cdot (L/t) \cdot B = nq/t \cdot L \cdot B = I \cdot L \cdot B$$

$$F = I \cdot L \cdot B \qquad P_m = I \cdot L \cdot B \cdot v = P_e$$

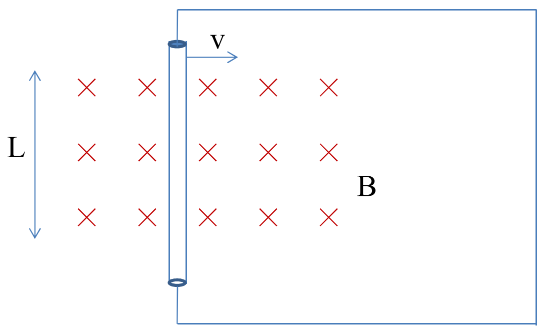
$$\rightarrow \quad \mathbf{P_m = P_e}$$

Die mechanische Leistung ist gleich der elektrischen Leistung
und **abhängig vom fließenden Strom**.

Induktion

Bewegungsinduktion: $U = v \cdot B \cdot L$

Andere Betrachtungsweise: umfasster Fluss – $\Phi = B \cdot A$



Leiterschleife

$A = b \cdot L = (b_o - vt) \cdot L$

$d\Phi/dt = - v \cdot B \cdot L$

$\mathbf{U = - \; d\Phi/dt}$

Ruheinduktion

Induktion

Bewegungsinduktion: $U = v \cdot B \cdot L$

Ruheinduktion: $\mathbf{U_i = - \, d\Phi/dt}$

Das gilt ganz allgemein! (2. Maxwellsche Gleichung)

Bei Spulen mit n Windungen ist der Leiter n mal mit dem Fluss verknüpft
– verketteter Fluss: $\Psi = n \cdot \Phi$

$\mathbf{U_i = - \, d\Psi/dt}$

Lenzsche Regel: Strom fließt so herum, dass die Wirkung des Stromes der Ursache der Induktion entgegenwirkt ($- \, d\Psi/dt$)

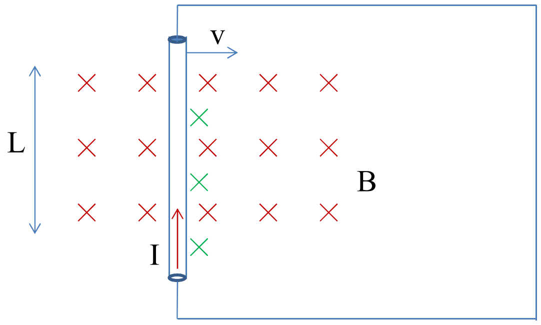
Ursache: Verringerung des verketteten Flusses
Wirkung: Magnetfeld um den Leiter, Verstärkung des äußeren Feldes rechts
Verminderung des äußeren Feldes links
– kompensiert die Änderung des verketteten Flusses!

53

Induktion

Bewegungsinduktion: $U = v \cdot B \cdot L$

Ruheinduktion: $\mathbf{U_i = - \, d\Phi/dt}$



Leiterschleife

$A = b \cdot L = (b_o - vt) \cdot L$

$\Phi = B \cdot A$

Strom erzeugt Magnetfeld:

$B = \mu \cdot I / 2\pi r$

54

Induktivität

Beim Kondensator hatten wir gefunden:

$Q = C \cdot U$, $\quad C = \varepsilon \cdot A / d \quad [C] = As / V = 1F$

Ganz analog verfahren wir beim Magnetfeld einer Spule:

$\Psi = n \cdot \Phi = n \cdot B \cdot A$ — n – Windungszahl, A – Querschnittsfläche des Kerns

$B = \mu \cdot H = \mu \cdot n \cdot I / l$ — l – Länge des Kerns

$\Psi = n^2 \cdot \mu \cdot A / l \cdot I = L \cdot I$

$\boldsymbol{\Psi = L \cdot I}$

$L = n^2 \cdot \mu \cdot A / l$ — L – **Induktivität**

$[L] = Vs / A = 1H$ (Henry)

55

Selbstinduktion

$\Psi = L \cdot I$

$L = n^2 \cdot \mu \cdot A / l$

Ruheinduktion: $\mathbf{u_i = - d\Psi / dt}$

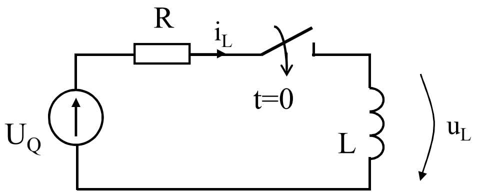
$u_i = - L \cdot di / dt$ (Gegenspannung, wirkt wie Spannungsabfall in die andere Richtung)

$u_L = L \cdot di / dt$ (vgl. $i_C = C \cdot du/dt$)

Der Strom durch eine Spule (eine Induktivität – wie man sagt) kann sich nicht sprunghaft ändern – das würde unendlich hohe Spannungen ergeben
(Anwendung: Erzeugung der Zündfunken beim Otto-Motor etc.)

56

Induktion



$u_L = L \cdot di/dt$

$U_Q = R \cdot i + u_L \qquad i = (U_Q - u_L) / R$

$u_L = L \cdot di/dt = -L/R \cdot du/dt$

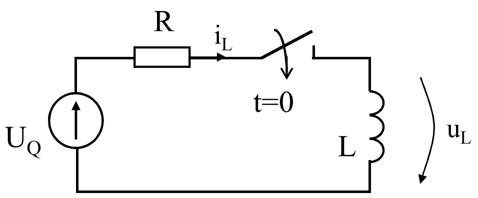
$du/dt + 1/\tau \cdot u = 0$ wieder lineare, homogene Dgl. 1.Ordnung mit konstanten Koeffizienten $(\tau = L/R)$

Ansatz: $u = K\, e^{\lambda t} \rightarrow u = K\, e^{-t/\tau}$

Anfangsbedingung: t=0, i=0, $u_L = U_Q$, $u_L = U_Q \cdot e^{-t/\tau}$

57

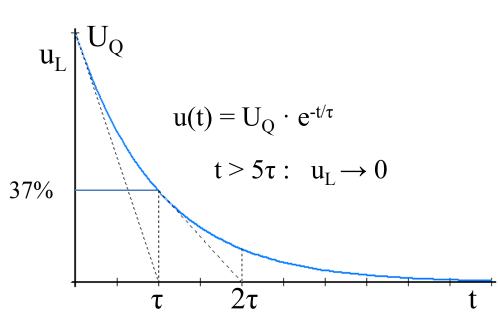
Induktion

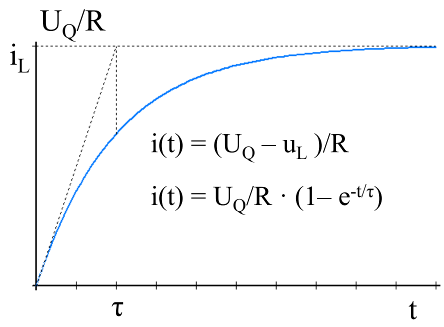


$u_L = L \cdot di/dt$

$u_L = U_Q \cdot e^{-t/\tau}$

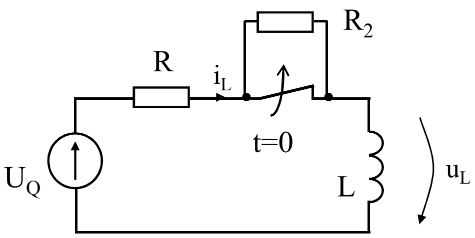
$\tau = L/R, \quad [\tau] = s$





58

Induktion



$u_L = L \cdot di/dt$

$R_2 = 1000\ R$

Ausschalten: jetzt wird es spannend!

Der Strom durch eine Induktivität kann sich nicht sprunghaft ändern!

$t<0$, $u_L = 0$, $i_L = U_Q/R$, $u_R = U_Q$ (= 5V), $u_{R2} = 0$

$t=0$, $i_L = U_Q/R$ (keine sprunghafte Änderung), $u_{R2} = R_2 \cdot i_L = R_2 \cdot U_Q/R$

$u_{R2} = 1000\ U_Q$ = 5000 V !!!

59

Gegeninduktion, Transformator

$\Psi = L \cdot I$, $L = n^2 \cdot \mu \cdot A / l$

2. Spule auf dem selben Kern wie 1. Spule:

$\Psi_2 = n_2 \cdot \Phi = n_2 \cdot B \cdot A$

$B = \mu \cdot H = \mu \cdot n_1 \cdot I_1 / l$

$\Psi_2 = n_2 n_1 \cdot \mu \cdot A / l \cdot I_1 = M \cdot I_1$ **M - Gegeninduktivität**

induzierte Spannung: $\mathbf{u_2 = -d\Psi_2/dt}$

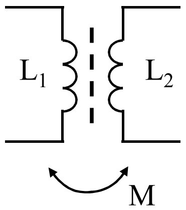
$u_2 = M \cdot di_1/dt$ (Vorzeichen abhängig vom Wicklungssinn, $u_1 = L \cdot di_1/dt$)

$$\boxed{\frac{u_2}{u_1} = \frac{M}{L} = \frac{n_2}{n_1}}$$

Transformation von Wechselspannung

60

Gegeninduktion, Transformator



$u_2 = M \cdot di_1/dt$

$$\boxed{\frac{u_2}{u_1} = \frac{M}{L} = \frac{n_2}{n_1}}$$

$u_1 = L \cdot di_1/dt$

fließt nun auch auf der Sekundärseite ein Strom i_2:

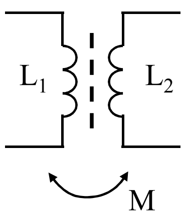
$u_1 = L_1 \cdot di_1/dt - M \cdot di_2/dt$ $\qquad$ $u_2 = M \cdot di_1/dt - L_2 \cdot di_2/dt$

d.h. bei gleicher (Wechsel-)Spannung u_1 steigt i_1 je nach Belastung an!

idealer Trafo (ohne Kupfer- und Eisen-Verluste): $P_1 = P_2$

$$U = U_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{U} \qquad I = I_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{I} \qquad U_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_1 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi_2$$

Gegeninduktion, Transformator



$u_2 = M \cdot di_1/dt$

$$\boxed{\frac{u_2}{u_1} = \frac{M}{L} = \frac{n_2}{n_1}}$$

$u_1 = L \cdot di_1/dt$ $\qquad$ $(i_2 = 0)$

idealer Trafo: $P_1 = P_2$

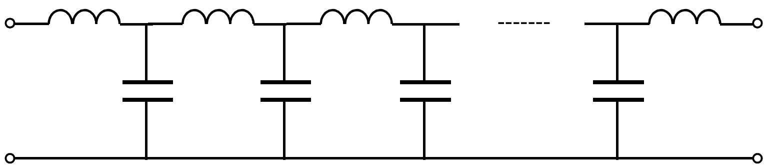
$i_2 = 0 \;\rightarrow\; P_2 = 0 \;\rightarrow\; P_1 = 0$ $\qquad$ (obwohl $u_1 \neq 0$, $i_1 \neq 0$, aber $\cos\varphi_1 = 0$)

$$i_1 = \hat{I}\sin\omega t \qquad u_1 = L\frac{di_1}{dt} = L\hat{I}\omega \cdot \cos\omega t = \hat{U} \cdot \cos\omega t$$

$$P_1 = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \int_T \sin\omega t \cdot \cos\omega t \; dt = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \int_T \frac{1}{2}\sin 2\omega t \; dt = 0$$

Signale auf Leitungen, Wellen

Ersatzschaltung einer Zweidraht-Leitung:



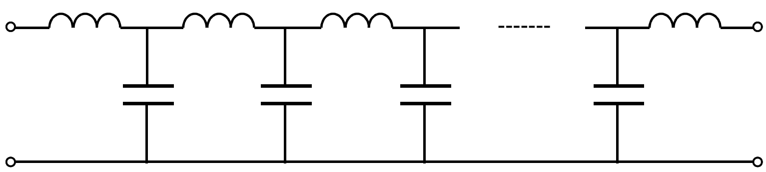
(ohmsche Verluste vernachlässigt)

Folge von Schwingkreisen, jeder regt den nächsten an
→ sich nach rechts ausbreitende Welle

Ende der Leitung: kein nächster Schwingkreis → Reflexion
→ rücklaufende, sich nach links ausbreitende Welle

Beschreibung durch Partielle Differentialgleichung – **Telegraphengleichung**

Signale auf Leitungen, Wellen

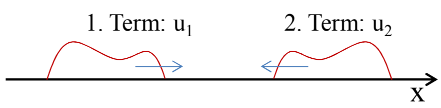


Telegraphengleichung:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad \frac{1}{v^2} = L'C' \qquad v \approx 0{,}5 \cdots 0{,}9 \cdot c_0$$

Lösung:

$u = u_1(t - x/v) + u_2(t + x/v)$ (u_2 – rücklaufende Welle)

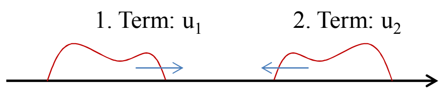


mitlaufender Beobachter:
$x = v \cdot t \quad \rightarrow \quad u_1 = u_1(0) = \text{konst.}$

Signale auf Leitungen, Wellen

Telegraphengleichung:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$



Lösung:

$$u = u_1\,(t - x/v) + u_2\,(t + x/v)$$

Einfache Probe: $(u = u_1,\ \ p = (t - x/v)\ )$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial p}\cdot\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial p} \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial p^2}$$

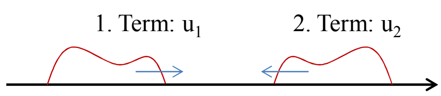
$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial p}.\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{v}\frac{\partial u}{\partial p} \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial p^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

65

Signale auf Leitungen, Wellen

Telegraphengleichung:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$



Lösung:

$$u = u_1\,(t - x/v) + u_2\,(t + x/v)$$

Kurvenform von u_1 :

völlig beliebig, so wie am Eingang (x=0) $u_{Eing}(t)$ angelegt wird,

diese Kurve wandert mit Geschwindigkeit v nach rechts,
behält ihre Form bei (ohmsche Verluste → geringe Dämpfung)

Kurvenform von u_2 : rücklaufende Welle
Reflexionen von u_1 an Inhomogenitäten (insbesondere am Ende)
mit oder ohne Phasensprung (bei Kurzschluss bzw. offenem Ende)
keine Reflexion (∞ lange Leitung) → kein rücklaufendes u_2

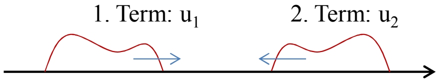
66

Signale auf Leitungen, Wellen

Telegraphengleichung: $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 i}{\partial t^2}$$

Lösung:

$u = u_1 (t - x/v) + u_2 (t + x/v)$



Ausbreitungsgeschwindigkeit v:

$1/v^2 = L' C'$ $\quad v \approx 0{,}5 \ldots 0{,}9\ c_0$ $\quad$ (c_0 Lichtgeschwindigkeit)

$L \cdot C = \varepsilon \cdot \mu \cdot l^2$ $\quad L' \cdot C' = \varepsilon \cdot \mu = \varepsilon_0\, \varepsilon_r \cdot \mu_0\, \mu_r = \varepsilon_r \cdot \mu_r \ / \ c_0^2$

$\mu_r \approx 1,\ \varepsilon_r \approx 2{,}5$ $\quad v \approx 0{,}63\ c_0$

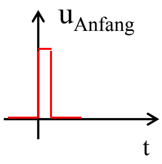
Bsp.: $f_T = 2{,}66\ \text{GHz} = 2{,}66 \cdot 10^9\ s^{-1}$ $\quad T_T = 3{,}76 \cdot 10^{-10}\ s$

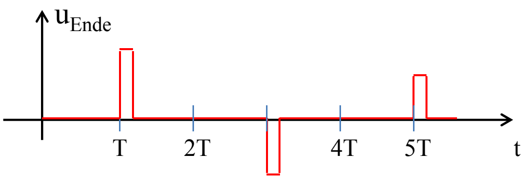
$s = c_0 \cdot t = 3{,}0 \cdot 10^8\ m/s \cdot 3{,}76 \cdot 10^{-10}\ s = 11\ cm$ $\quad s' = v \cdot t = 7\ cm$

(vgl: 1s – 7,5 x um die Erde)

67

Signale auf Leitungen, Wellen





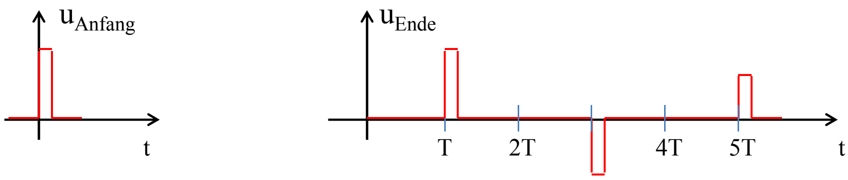
Ende offen (i = 0, u beliebig) –
(loses Ende) – Reflexion ohne Phasensprung
Anfang kurzgeschlossen ($R_{i\ Quelle} \approx 0$, u = 0) –
(festes Ende) – Reflexion mit Phasensprung

Es erscheinen mehrere Impulse am Ausgang – Probleme:

- o Entsprechen die Impulse bei 3T bzw. 5T je einem eigenen, neuen Eingangsimpuls – oder sind sie das Echo des 1. Impulses?
- o Bei 3T erscheint ein Impuls mit negativer Spannung – Gefahr für Halbleiter-Bauelemente!

68

Signale auf Leitungen, Wellen



Wellenwiderstand, Busabschluss:

∞ lange Leitung – so lang, dass keine Reflexion zurückkommt,

Scheinwiderstand der Leitung (u und i ev. nicht in Phase):

$$Z_e = \frac{U_e}{I_e} = Z_W = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

Z_W – Wellenwiderstand (nicht ∞ groß, unabhängig von der Länge)

In jedem Teilschwingkreis fließt ein Teil des Stroms zurück, ab gewisser Länge spielen weitere Teilschwingkreis keine Rolle mehr (Koax: 60Ω)

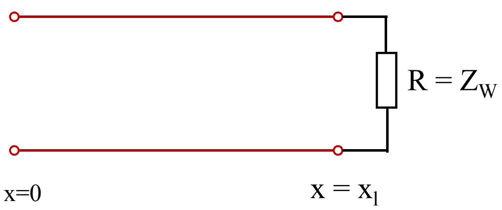
69

Signale auf Leitungen, Wellen

Wellenwiderstand Z_W, Busabschluss:

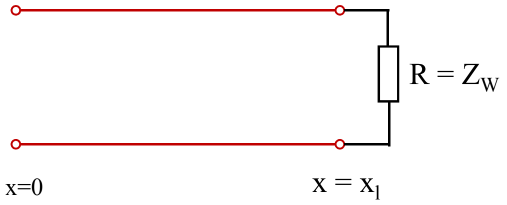
Auch ein Stück nach dem Eingang ($x = x_l > 0$) gilt $Z = Z_W$, da der Rest der Leitung immer noch ∞ lang ist.

Bei einer gleichartigen Leitung der Länge x_l ist kein Unterschied festzustellen, wenn wir die Leitung bei x_l mit einem ohmschen Widerstand $R = Z_W$ abschließen – die Leitung erscheint ∞ lang, **es gibt keine Reflexionen**.



70

Signale auf Leitungen, Wellen



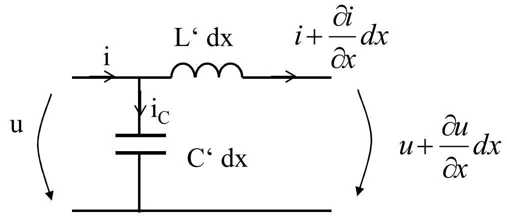
Wellenwiderstand Z_W, **Busabschluss:**

Busabschluss mit $R = Z_W$ – die Leitung erscheint ∞ lang,
es gibt keine Reflexionen – die Energie wird an R weitergegeben und dort in Wärme umgewandelt.

Bei vielen Bussystemen muss auf den Busabschluss geachtet werden.

Oft ist **das letzte Gerät am Bus** als Busanschluss ausgelegt,
es kann nicht einfach gegen ein anderes ausgetauscht werden.

Herleitung der Telegraphengleichung

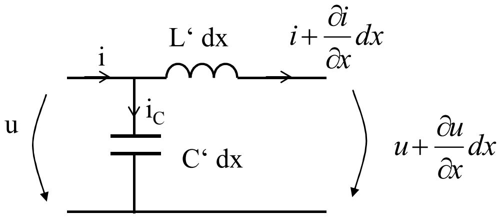


$$i+\frac{\partial i}{\partial x}dx=i-i_C \qquad i_C=C'dx\,\frac{du}{dt}$$

$$\frac{\partial i}{\partial x}=-C'\frac{\partial u}{\partial t} \qquad \frac{\partial^2 i}{\partial x\partial t}=-C'\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

(partiell nach t abgeleitet)

Herleitung der Telegraphengleichung



analog: $$u = u_L + u + \frac{\partial u}{\partial x}dx \qquad u_L = L' dx\,\frac{di}{dt}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -L'\frac{\partial i}{\partial t} \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -L'\frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t}$$

Telegraphengleichung: $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L'\ C'\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

73

Herleitung des Wellenwiderstandes

Sinusförmige Wechselgrößen: $$u = \hat{U}\sin\omega\left(t - x/v\right)$$ $$i = \hat{I}\sin\omega\left(t - x/v\right)$$

Scheinwiderstand: $Z = U_e / I_e = \hat{U} / \hat{I}$

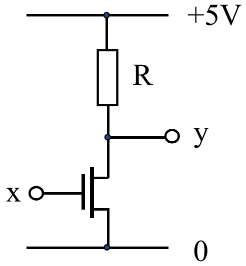
Wir gehen aus von: $\frac{\partial u}{\partial x} = -L'\frac{\partial i}{\partial t}$ oder $\frac{\partial i}{\partial x} = -C'\frac{\partial u}{\partial t}$

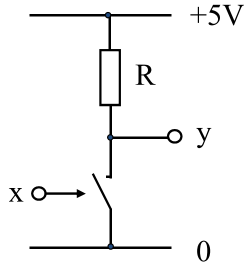
$$\hat{U}\left(-1/v\right)\omega\cos\,\omega\left(t - x/v\right) = -L'\,\hat{I}\omega\cos\,\omega\left(t - x/v\right)$$

$$\boxed{\frac{\hat{U}}{\hat{I}} = L'\,v = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = Z_W} \qquad \text{da} \quad v^2 = \frac{1}{L'C'}$$

74

Transistor als Schalter



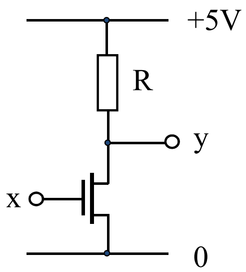


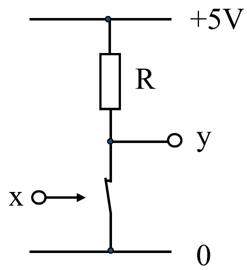
n-Kanal MOSFET (Feldeffekttransistor)
wirkt wie ein Schalter:

Eingangsspannung niedrig ($U_x < 1{,}5V$) $\rightarrow$ Transistor gesperrt
(Schalter offen)
Eingangsspannung hoch ($U_x > 3{,}5V$) $\rightarrow$ Transistor leitend
(Schalter geschlossen)

75

Transistor als Schalter



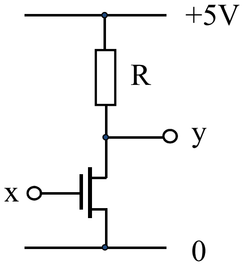


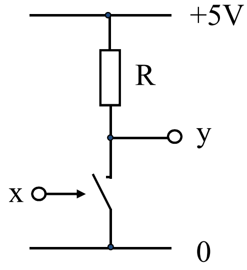
x=1 d.h.
Eingangsspannung hoch ($U_x > 3{,}5V$) $\rightarrow$ Transistor leitend
(Schalter geschlossen)

$U_y = 0V$, y=0

76

Transistor als Schalter



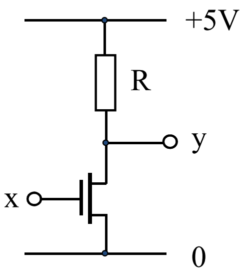


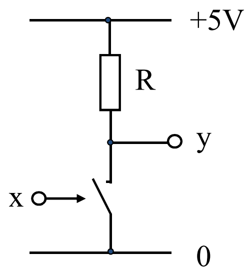
x=0 d.h.
Eingangsspannung niedrig ($U_x < 1{,}5V$) $\rightarrow$ Transistor gesperrt
(Schalter offen)

$U_y = 5V - U_R \;\; = 5V - R \cdot I, \;\; I = 0 \;\; \rightarrow \;\; U_y = 5V$

y=1

Transistor als Schalter

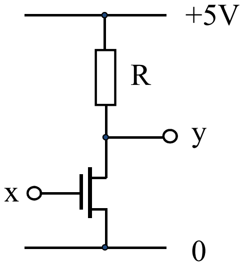


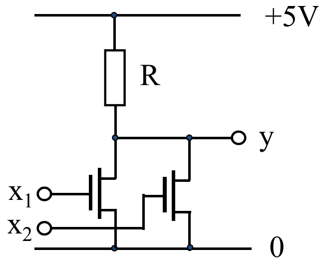


x=0 $\rightarrow$ y=1
x=1 $\rightarrow$ y=0

diese Schaltung ist ein Negator

Transistor als Schalter





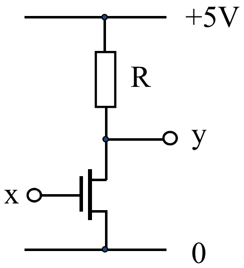
$x=0 \rightarrow y=1$, $x=1 \rightarrow y=0$

diese Schaltung ist ein Negator

durch Parallelschalten von 2 Transistoren erhält man ein **NOR**
$x_1 = x_2 = 0 \rightarrow y=1$, ansonsten (mind. ein Schalter zu) $y=0$

79

Transistor als Schalter



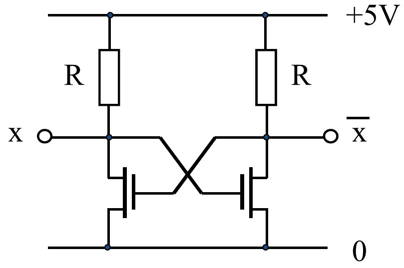
$x=0 \rightarrow y=1$, $x=1 \rightarrow y=0$

diese Schaltung ist ein Negator

durch Reihenschaltung von 2 Transistoren erhält man analog ein **NAND**
$x_1 = x_2 = 1 \rightarrow y=0$, ansonsten (mind. ein Schalter auf) $y=1$

80

S-RAM Speicherzelle



2 in Reihe geschaltete, rückgekoppelte Negatoren – Speicherring