Friedrich-Schiller-Universität Jena, Winter 2019/20
Einführung in die Numerische Mathematik und das Wissenschaftliche Rechnen
Prof. Dr. Dietmar Gallistl

Programmierblatt Nr. 4

Aufgabe 4.1: Vor- und Rückwärtseinsetzen

(a) Schreiben Sie ein Programm, das zu gegebener unterer Dreiecksmatrix $L \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und $b \in \mathbb{R}^n$ das LGS

$$Lx = b$$

durch Vorwärtseinsetzen löst.

(b) Schreiben Sie ein Programm, das zu gegebener oberer Dreiecksmatrix $R \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und $b \in \mathbb{R}^n$ das LGS

$$Rx = b$$

durch Rückwärtseinsetzen löst.

Aufgabe 4.2: LR-Zerlegung

Schreiben Sie ein Programm, das zu gegebenem $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ die LR-Zerlegung der Form

$$PA = LR$$

berechnet. Für singuläres A (dies kann während der Pivotsuche festgestellt werden) sollte mit einer geeigneten Fehlermeldung abgebrochen werden.

Aufgabe 4.3: Lösung von LGS

Wenn zu $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ die Zerlegung $PA = LR$ bekannt ist, lässt sich das LGS $Ax = b$ wie folgt lösen. Offenbar ist das LGS äquivalent zu $LRx = Pb$. Man substituiert nun $y := Rx$ und löst

- zunächst $Ly = Pb$ zurch Vorwärtseinsetzen
- und dann $Rx = y$ durch Rückwärtseinsetzen.

(a) Schreiben Sie ein Programm (basierend auf den vorherigen Aufgaben), das auf diese Weise lineare Gleichungssysteme löst.

(b) Gegeben sei die Hankel-Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6\times 6} \quad \text{sowie} \quad b = \begin{bmatrix} 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \end{bmatrix}.$$

Lösen Sie das LGS $Ax = b$. Zur Kontrolle: $x = (-5, -3, -1, 1, 3, 5)$.

Bemerkung: In Octave lässt sich A durch den Befehl `hankel(1:6,6:11)` erzeugen.