Friedrich-Schiller-Universität Jena, Winter 2019/20
Einführung in die Numerische Mathematik und das Wissenschaftliche Rechnen
Prof. Dr. Dietmar Gallistl

Programmierblatt Nr. 5

Aufgabe 5.1: cg-Verfahren

Programmieren Sie das cg-Verfahren mit einem geeigneten Abbruchkriterium $\|Ax_k - b\|_2 < \texttt{tol}$ für eine vorgegebene Fehlertoleranz `tol`. Lösen Sie damit näherungsweise das System

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 5.2: diagonaler Vorkonditionierer

Wir betrachten folgende 30×30-Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1/6 & & & & \\ 1/12 & 1/2 & 1/12 & & & \\ 0 & 1/24 & 1/4 & 1/24 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & 2^{-28}/6 & 2^{-28} & 2^{-28}/6 \\ & & & & 2^{-29}/6 & 2^{-29} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ 29 \\ 30 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{30}.$$

Approximieren Sie die Lösung x von $Ax = b$

(i) mit dem cg-Verfahren.

(ii) mit dem pcg-Verfahren, wobei Sie den Diagonalanteil von A als Vorkonditionierer verwenden.

Vergleichen Sie die Iterationszahlen für verschiedene vorgegebene Genauigkeiten $\|b - Ax_k\|_2 < \texttt{tol}$ mit $\texttt{tol} \in \{10^{-4}, 10^{-7}, 10^{-10}\}$.