# Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik (Wiederholung)

SS 2018, FSU Jena

Prof. Schmalfuß
Robert Hesse

| | |
|---|---|
| Ausgabetermin: | 10.04.2018 |
| Abgabetermin: | 17.04.2018 |

## 1. Übungsblatt

**Aufgabe 1.** Berechnen Sie

a) $\sum\limits_{j=3}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^j$,

b) $\sum\limits_{j=k}^{\infty} p^j$, für $k \in \mathbb{N}$ und $p \in (0,1)$,

c) $\sum\limits_{j=1}^{n+1} p^j$, für $n \in \mathbb{N}$ und $p \in (0,1)$,

d) $\sum\limits_{j=0}^{\infty} j\, p^j$, für $p \in (0,1)$,

e) $\int\limits_0^{\infty} x^2 e^{-2x} dx$,

f) $\int\limits_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$,

g) $\int\limits_0^{\infty} e^{(t-\lambda)x} dx$, für $t \in \mathbb{R}$ und $\lambda > 0$,

h) $\int\limits_{-1}^{1} x\,(1-|x|) dx$.

**Aufgabe 2.** Skizzieren Sie folgende Mengen:

a) $\big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon 0 \le x \le 1, |y| \le 1-x\big\}$,

b) $\big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon -1 \le y \le 1, 0 \le x \le |y|\big\}$,

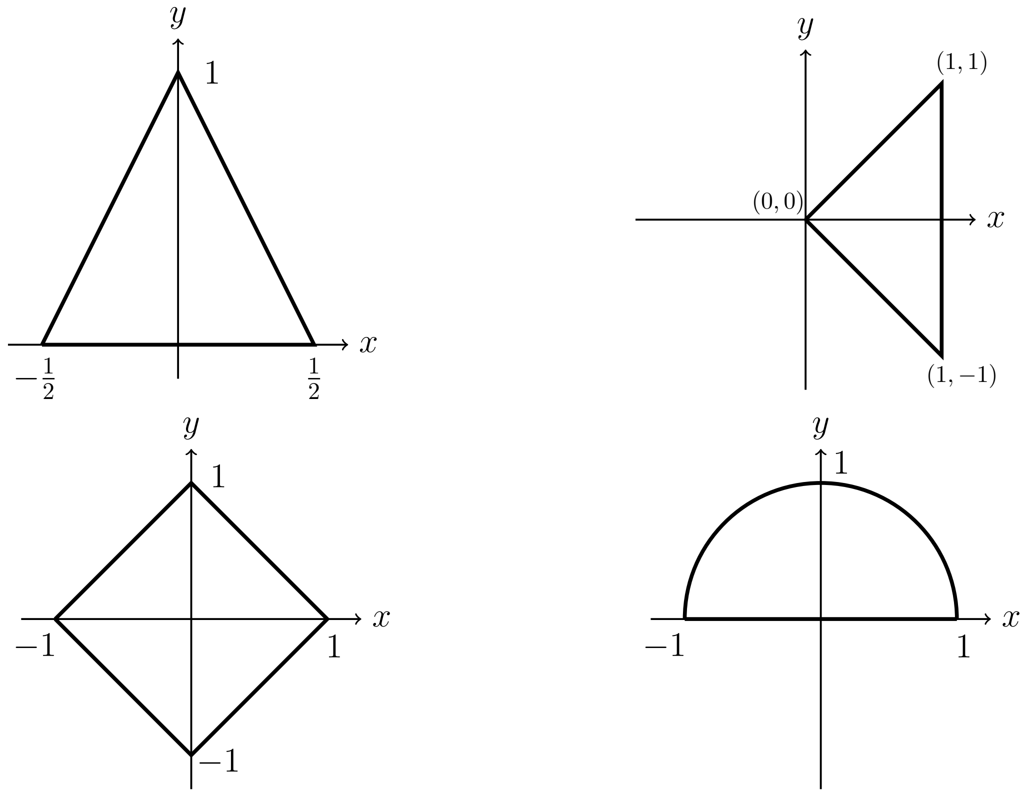
c) $\big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon \max\{|x|,|y|\} \le 1\big\}$,

d) $\big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon -1 \le x \le 1, \frac{1}{4}(x+1)^2 \le y \le 1\big\}$

**Aufgabe 3.** Sie werfen unendlich oft eine Münze. Dabei bezeichne $A_i$, $i \in \mathbb{N}$, das Ereignis, dass im $i$-ten Wurf Kopf geworfen wird. Drücken Sie folgende Ereignisse mit Hilfe von $A_i$ aus

$B_1 = \{$In den ersten $n$ Würfen wird mindestens einmal Kopf geworfen.$\}$,
$B_2 = \{$In den ersten $n$ Würfen wird mindestens so häufig Kopf geworfen wie Zahl.$\}$,
$B_3 = \{$In jedem Wurf wird Kopf geworfen.$\}$,
$B_4 = \{$Es wird unendlich oft Kopf geworfen.$\}$.

☗ **Aufgabe 4** (4 Punkte)**.** Beschreiben Sie die folgenden geometrisch gegebenen Mengen analytisch.




☗ **Aufgabe 5** (4 Punkte)**.** Sei $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum. Beweisen Sie mit Hilfe der axiomatisch gegebenen Eigenschaften des Wahrscheinlichkeitsmaßes $\mathbf{P}$, dass für $A, B \in \mathcal{A}$ gilt

a) $\mathbf{P}(A^c) = 1 - \mathbf{P}(A)$,

b) $\mathbf{P}(A \backslash B) = \mathbf{P}(A) - \mathbf{P}(A \cap B)$,

c) $\mathbf{P}(A \cup B) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) - \mathbf{P}(A \cap B)$,

d) falls $\mathbf{P}(A) = \mathbf{P}(B) = \frac{1}{2}$, so folgt $\mathbf{P}(A \cap B) = \mathbf{P}(A^c \cap B^c)$.

☗ **Aufgabe 6** (4 Punkte)**.** Gegeben seien die Wahrscheinlichkeiten

$$\begin{aligned}
&\mathbf{P}(B) = 0.25; \quad \mathbf{P}(C) = 0.15; \quad \mathbf{P}(A \cap B) = 0.09;\\
&\mathbf{P}(A \cup B) = 0.65; \quad \mathbf{P}(A \cap C) = 0.06; \quad \mathbf{P}(B \cup C) = 0.33;\\
&\mathbf{P}(A \cup B \cup C) = 0.70.
\end{aligned}$$

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse

a) $A$,

b) $B \cap C$,

c) $A \cap B \cap C$,

d) $(A \backslash B) \cup (B \backslash C)$.

**Abgabetermin:** Die mit ☗ gekennzeichneten Aufgaben sind zu bearbeiten und in der Vorlesung am Dienstag abzugeben. Es wird dringend empfohlen auch die übrigen Aufgaben zu lösen.