Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik
(Wiederholung)

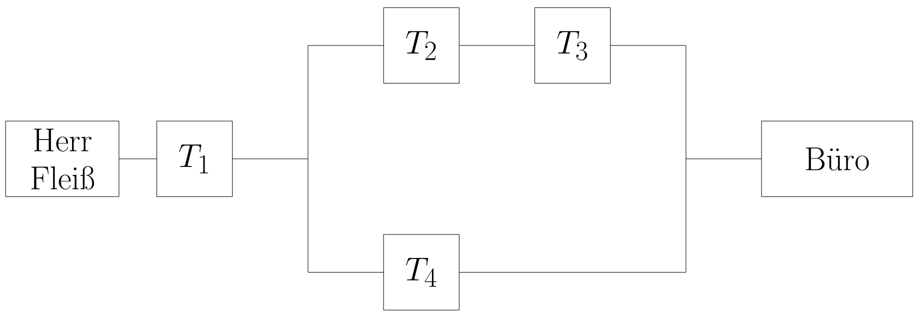
SS 2018, FSU Jena

Prof. Schmalfuß
Robert Hesse

Ausgabetermin:	17.04.2018
Abgabetermin:	24.04.2018

2. Übungsblatt

Aufgabe 1. Herr Fleiß, ein Mitarbeiter einer Firma, kommt wie immer als Erster zur Arbeit. Vor dem Gebäude muss er feststellen, dass er seinen Schlüssel vergessen hat. Er hat mehrere Möglichkeiten sein Büro zu erreichen, wobei ihn auf den Wegen Türen $T_1, ..., T_4$ blockieren:



Aufgrund technischer Defekte sind die Türen $T_1, ..., T_4$ unabhängig voneinander mit folgenden Wahrscheinlichkeiten <u>nicht</u> verschlossen:

$$\mathbb{P}(T_1) = 0.01, \quad \mathbb{P}(T_2) = 0.25, \quad \mathbb{P}(T_3) = 0.80, \quad \mathbb{P}(T_4) = 0.50.$$

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Herr Fleiß ohne Schlüssel und ohne andere Hilfsmittel bis zu seinem Büro kommt?

Aufgabe 2. B. Pascal und P. Fermat untersuchten ein Würfelproblem des französischen Adligen und Spielers Chevalier de Méré, welcher gewettet hat, dass in 4 Würfen eines Würfels mindestens eine Sechs auftaucht. Er hat konsequent gewonnen und um mehr Menschen zum Spielen anzuregen, variierte er die Wette folgendermaßen: in 24 Würfen mit 2 Würfeln würde mindestens ein paar Sechsen zum Vorschein kommen. Aber mit dieser zweiten Wette verlor de Méré und musste feststellen, dass 25 Würfe nötig sind, um dieses Spiel für ihn günstig zu gestalten. Berechnen Sie

(a) die Wahrscheinlichkeit, dass man in 4 Würfen eines Würfels mindestens eine Sechs erhält;

(b) die Wahrscheinlichkeiten, dass man in 24 bzw. 25 Würfen zweier Würfel mindestens ein paar Sechsen erhält;

(c) für $n \in \mathbb{N}$ groß, die ungefähre Anzahl K_n an Würfen, sodass man in K_n Würfen von jeweils n Würfeln mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 50% mindestens einmal n Sechsen erhält.
Hinweis: Beachten Sie den aus der Analysis bekannten Grenzwert $\lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n = e^{-\lambda}$ für alle $\lambda \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 3. Ein Skatblatt besteht aus 32 Karten (jeweils 8 Karten der Farben Karo, Herz, Pik und Kreuz). Jeder der drei Spieler erhält zu Beginn 10 Karten, die beiden restlichen werden in den „Skat" gelegt.

a) Ermitteln Sie die Anzahl der möglichen Konstellationen zu Beginn des Spiels.

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler A alle vier Buben bekommt.

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler A keine Herzkarte erhält.

⬆ **Aufgabe 4** (4 Punkte)**.** Es seien A und B Ereignisse. Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen:

(i) A und B sind unabhängig.

(ii) A^c und B sind unabhängig.

(iii) A und B^c sind unabhängig.

(iv) A^c und B^c sind unabhängig.

⬆ **Aufgabe 5** (4 Punkte)**.** Sie werfen drei faire nicht unterscheidbare Würfel. Stellen Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum auf und berechnen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten:

a) Jeder Würfel zeigt eine 1.

b) Die Augensumme ist 11.

c) Es wird mindestens eine 6 geworfen.

d) Die größte geworfene Zahl ist 5.

⬆ **Aufgabe 6** (4 Punkte)**.**

a) Beweisen Sie die Siebformel für $n = 3$.

b) An der Rezeption eines Hotels treffen gleichzeitig n Personen mit je einem Koffer ein, stellen diesen ab und begeben sich ohne Gepäck auf ihre Einzelzimmer. Als der Angestellte des Hotels das Gepäck auf die Zimmer tragen will, kann er sich leider nicht mehr erinnern, welcher Koffer welchem Gast gehört. Er beschließt, die n Koffer zufällig auf die n Zimmer zu verteilen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Gast seinen eigenen Koffer bekommt?
Hinweis: Sie erhalten eine Summe als Lösung. Es ist nicht nötig diese auszurechnen. Sie kennen den Grenzwert für $n \to \infty$ eventuell aus der Analysis.

Abgabetermin: Die mit ⬆ gekennzeichneten Aufgaben sind zu bearbeiten und in der Vorlesung am Dienstag abzugeben. Es wird dringend empfohlen auch die übrigen Aufgaben zu lösen.