

Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik
(Wiederholung)
SS 2018, FSU Jena

Prof. Schmalfuß
Robert Hesse

Ausgabetermin:	24.04.2018
Abgabetermin:	02.05.2018

3. Übungsblatt

Aufgabe 1.

- a) Auf einem Tisch stehen zwei Urnen mit jeweils zehn Kugeln. Man werfe eine Münze. Bei Kopf zieht man ohne Zurücklegen aus der ersten Urne eine Kugel und bei Zahl aus der anderen. Dies wird wiederholt bis eine Urne leer ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind dann in der anderen Urne noch genau vier Kugeln enthalten?
- b) Nun betrachten wir eine Urne mit zehn roten Kugeln und zehn blauen Kugeln. Man zieht so lange bis Sie alle Kugeln einer Farbe gezogen sind. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind dann noch genau vier Kugeln der anderen Farbe enthalten?

Aufgabe 2. Zwei Medikamente A, B werden in den Städten 1, 2 getestet. In Stadt 1 werden von 16 Patienten, die A nehmen, 4 gesund und von 40, die B nehmen, werden 11 gesund. In Stadt 2 ist das Verhältnis 29/40 für A beziehungsweise 12/16 für B. Man weise nach, dass in beiden Städten B erfolgreicher ist als A (d.h. die Behandlung mit B führt wahrscheinlicher zur Heilung als die Behandlung mit A), aber falls die Städte zusammengefasst werden, A erfolgreicher ist. Man beschreibe dieses Paradoxon mit dem Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit.

Aufgabe 3. Aus 10 Karten mit Zahlen 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6 werden 2 Karten ausgewählt. Die Zahl auf der 1. Karte ist der Zähler eines Bruchs, die Zahl auf der 2. Karte ist der Nenner. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dieser Bruch echt (d.h. Zähler < Nenner)?

♣ **Aufgabe 4** (5 Punkte). Herr X kann zur Arbeit mit Bahn, Bus oder dem eigenen Auto fahren. In 50% der Fälle benutzt er die Bahn, in 30% den Bus und in 20% der Fälle das eigene Auto. Mit der Bahn ist er mit Wahrscheinlichkeit 0.95 pünktlich, mit dem Bus mit Wahrscheinlichkeit 0.8 und mit dem Auto mit Wahrscheinlichkeit 0.7.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Herr X pünktlich am Arbeitsplatz erscheint?
- b) Wie groß ist diese Wahrscheinlichkeit unter der Bedingung, dass er das eigene Auto nicht verwendet?
- c) Angenommen, Herr X erschien pünktlich zur Arbeit. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hatte er dann die Bahn, den Bus bzw. das eigene Auto gewählt?

♣ **Aufgabe 5** (3 Punkte). Sie werfen einen weißen und einen schwarzen Würfel. Betrachten Sie folgende drei Ereignisse

$$\begin{aligned}A_1 &= \{\text{Der weiße Würfel zeigt 5 oder 6}\}, \\A_2 &= \{\text{Die Augensumme ist durch 3 teilbar}\}, \\A_3 &= \{\text{Die Augensumme ist durch 4 teilbar}\}.\end{aligned}$$

Sind die Ereignisse A_1, A_2, A_3 vollständig unabhängig?

♣ **Aufgabe 6** (4 Punkte).

a) Sei $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum. Beweisen Sie für $A_1, A_2, \dots, A_n \in \mathcal{F}, n \in \mathbb{N}$:

$$\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = \mathbb{P}(A_1) \cdot \mathbb{P}(A_2|A_1) \cdot \mathbb{P}(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \dots \cdot \mathbb{P}(A_n|A_1 \cap \dots \cap A_{n-1}).$$

b) Eine 7-stellige Zahl wird aus einer Urne mit 70 Kugeln (die Ziffern $0, \dots, 9$ je siebenmal) ohne Zurücklegen gezogen. Berechnen Sie mit Hilfe der Formel aus a) die Wahrscheinlichkeiten für die Ziehung der Zahlen '4444444', '1234567' und '2788542'.

Abgabetermin: Die mit ♣ gekennzeichneten Aufgaben sind zu bearbeiten und bis Mittwoch 9:00 Uhr im Sekretariat Stochastik Ernst-Abbe-Platz 3 Raum 3523 abzugeben. Es wird dringend empfohlen auch die übrigen Aufgaben zu lösen.