

Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik
(Wiederholung)
SS 2018, FSU Jena

Prof. Schmalfuß
Robert Hesse

Ausgabetermin: 08.05.2018
Abgabetermin: 15.05.2018

5. Übungsblatt

Aufgabe 1. Es sei $R \sim \text{Uni}(0, 2)$ der zufällige Radius einer Kugel.

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Volumen der Kugel V nicht größer als π ist.
- b) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktionen von V und von der Oberfläche der Kugel A .

Aufgabe 2. Sei $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion definiert durch

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ -\frac{1}{2}x^2 + bx + c, & 0 \leq x < 1, \\ 1, & 1 \leq x. \end{cases}$$

Bestimmen Sie alle Werte der Parameter $b, c \in \mathbb{R}$, sodass F eine Verteilungsfunktion ist.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die Konstanten C_i , sodass $f_i, i = 1, 2$, Dichtefunktionen sind.

- a) $f_1(x) = \frac{C_1}{x^2+1}, x \in \mathbb{R}$,
- b) $f_2(x) = \begin{cases} \frac{C_2}{\sqrt{x(1-x)}}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$

■ **Aufgabe 4** (4 Punkte). Sei X eine Zufallsvariable mit der Dichte $f_X: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f_X(x) = \begin{cases} Cxe^{-\frac{x}{2}}, & x \geq 0, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie die Konstante $C > 0$.
- b) Bestimmen Sie die zugehörige Verteilungsfunktion F_X .
- c) Sei $Y := \frac{X-1}{2}$. Bestimmen Sie die Dichte f_Y .

■ **Aufgabe 5** (4 Punkte). Bestimmen Sie, ob folgende Funktionen $F_i: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, i = 1, \dots, 4$, Verteilungsfunktionen sind.

- a) $F_1(x) = \frac{1}{\pi} \arctan(x) + \frac{1}{2}$,
- b) $F_2(x) = \int_{-\infty}^x e^{-|y|} dy$,
- c) $F_3(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{2}, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & 1 < x, \end{cases}$
- d) $F_4(x) = \begin{cases} e^x, & x < -1, \\ \frac{1}{2}, & -1 \leq x \leq 1, \\ 1 - e^{-x}, & 1 < x. \end{cases}$

♣ **Aufgabe 6** (4 Punkte). Die Zufallsvariable X sei gleichverteilt auf dem Intervall $[0, 1]$.

a) Wie lautet die Verteilung von $Y_1 = aX + b$, für $a, b \in \mathbb{R}$ beliebig?

b) Bestimmen Sie die Verteilungsdichte von $Y_2 = \max\{X, 1 - X\}$.

Abgabetermin: Die mit ♣ gekennzeichneten Aufgaben sind zu bearbeiten und in der Vorlesung am Dienstag abzugeben. Es wird dringend empfohlen auch die übrigen Aufgaben zu lösen.