

Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik
(Wiederholung)
SS 2018, FSU Jena

Prof. Schmalfuß
Robert Hesse

Ausgabetermin:	15.05.2018
Abgabetermin:	22.05.2018

6. Übungsblatt

Aufgabe 1. Sei X eine exponentialverteilte Zufallsvariable zum Parameter $\lambda > 0$.

a) Zeigen Sie die Gedächtnislosigkeit von X , d.h. für alle $s, t > 0$ gilt

$$\mathbf{P}(X > s + t \mid X > s) = \mathbf{P}(X > t).$$

b) Bestimmen Sie die Verteilung von $Y = \lfloor X \rfloor$.

Aufgabe 2. Sei X exponentialverteilt zum Parameter $\lambda > 0$. Bestimmen Sie die Dichtefunktionen von

a) $Y_1 = \sqrt{X}$,

b) $Y_2 = \frac{1}{\lambda} \log(X)$.

Aufgabe 3. Sie werfen wiederholt einen fairen Würfel. Dabei erhalten Sie, falls Sie keine 6 werfen, die geworfene Augenzahl in Euro ausgezahlt. Falls Sie jedoch eine 6 werfen, müssen Sie das gewonnene Geld zurückgeben und aufhören. Sie können sich aber auch schon vorher entschließen aufzuhören. Ermitteln Sie die optimale Strategie, um Ihren erwarteten Gewinn zu maximieren.

Hinweis: Eine Strategie muss nicht unbedingt aus einer fixen Anzahl an Würfeln bestehen. Sie können beispielsweise auch festlegen, dass Sie aufhören wenn Sie mindestens 10 Euro haben.

♣ **Aufgabe 4** (4 Punkte).

a) Sei $X \sim \text{Geom}(p)$, $p \in (0, 1)$. Bestimmen Sie $\mathbb{E}X$.

b) Sei $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$, $\lambda > 0$. Bestimmen Sie $\mathbb{E}X^2$.

c) Sei $X \sim \text{Exp}(\lambda)$, $\lambda > 0$. Bestimmen Sie $\mathbb{E}e^{-X}$.

d) Sei $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma^2 > 0$. Bestimmen Sie $\mathbb{E}\mathbf{1}(-2 \leq X \leq 2)$.

♣ **Aufgabe 5** (4 Punkte). Sei X standardnormalverteilt. Bestimmen Sie die Dichtefunktionen von

a) $Y_1 = e^{-X}$,

b) $Y_2 = e^{X^2}$.

♣ **Aufgabe 6** (4 Punkte). Die zufällige Übertragungszeit T von Bildsignalen eines Kanals sei normalverteilt mit $\mu = 50 \text{ ms}$ und $\sigma^2 = 4 \text{ ms}^2$, d.h. $T \sim \mathcal{N}(50, 4)$.

(a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Übertragungszeit kleiner als 52.3 ms bzw. kleiner als 48.92 ms ist.

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt die Übertragungszeit zwischen 42 ms und 53 ms ?

(c) Finden Sie einen symmetrischen Bereich $[50 - c, 50 + c]$, $c > 0$, um die mittlere Übertragungszeit, in welchem 90% aller Übertragungszeiten liegen.

Tabelle der Normalverteilung

z	0.00.	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.50000	.50398	.50797	.51196	.51595	.51993	.52392	.52790	.53188	.53585
0.1	.53982	.54379	.54775	.55171	.55567	.55961	.56355	.56749	.57142	.57534
0.2	.57925	.58316	.58706	.59095	.59483	.59870	.60256	.60641	.61026	.61409
0.3	.61791	.62171	.62551	.62930	.63307	.63683	.64057	.64430	.64802	.65173
0.4	.65542	.65909	.66275	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68438	.68793
0.5	.69146	.69497	.69846	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72574	.72906	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75174	.75490
0.7	.75803	.76114	.76423	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78523
0.8	.78814	.79102	.79389	.79673	.79954	.80233	.80510	.80784	.81057	.81326
0.9	.81593	.81858	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83397	.83645	.83891
1.0	.84134	.84375	.84613	.84849	.85083	.85314	.85542	.85769	.85992	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87285	.87492	.87697	.87899	.88099	.88297
1.2	.88493	.88686	.88876	.89065	.89251	.89435	.89616	.89795	.89972	.90147
1.3	.90319	.90490	.90658	.90824	.90987	.91149	.91308	.91465	.91620	.91773
1.4	.91924	.92073	.92219	.92364	.92506	.92647	.92785	.92921	.93056	.93188
1.5	.93319	.93447	.93574	.93699	.93821	.93942	.94062	.94179	.94294	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94844	.94949	.95052	.95154	.95254	.95352	.95448
1.7	.95543	.95636	.95728	.95818	.95907	.95994	.96079	.96163	.96246	.96327
1.8	.96406	.96485	.96562	.96637	.96711	.96784	.96855	.96925	.96994	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97319	.97381	.97441	.97500	.97558	.97614	.97670
2.0	.97724	.97778	.97830	.97882	.97932	.97981	.98030	.98077	.98123	.98169
2.1	.98213	.98257	.98299	.98341	.98382	.98422	.98461	.98499	.98537	.98573
2.2	.98609	.98644	.98679	.98712	.98745	.98777	.98808	.98839	.98869	.98898
2.3	.98927	.98955	.98982	.99009	.99035	.99061	.99086	.99110	.99134	.99157
2.4	.99180	.99202	.99223	.99245	.99265	.99285	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99429	.99445	.99461	.99476	.99491	.99505	.99520
2.6	.99533	.99547	.99560	.99573	.99585	.99597	.99609	.99620	.99631	.99642
2.7	.99653	.99663	.99673	.99683	.99692	.99702	.99710	.99719	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99759	.99767	.99774	.99781	.99788	.99794	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99824	.99830	.99835	.99841	.99846	.99851	.99855	.99860

Abgabetermin: Die mit ♣ gekennzeichneten Aufgaben sind zu bearbeiten und in der Vorlesung am Dienstag abzugeben. Es wird dringend empfohlen auch die übrigen Aufgaben zu lösen.