

Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik
(Wiederholung)
SS 2018, FSU Jena

Prof. Schmalfuß
Robert Hesse

Ausgabetermin:	19.06.2018
Abgabetermin:	26.06.2018

11. Übungsblatt

♣ **Aufgabe 1** (4 Punkte). Gegeben sei die Dichtefunktion eines zweidimensionalen Zufallsvektors (X, Y)

$$f_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} cx^2y, & 0 \leq x \leq \frac{y}{2} \leq 1, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie zunächst die Randdichten f_X und f_Y ohne vorher c zu bestimmen.
- b) Sind X und Y unabhängig?
- c) Leiten Sie nun c aus den Randdichten her.
- d) Berechnen Sie $\mathbf{E}X$, $\mathbf{E}Y$, $\mathbf{E}XY$ und $\mathbf{E}\left[\frac{Y}{X}\right]$.

♣ **Aufgabe 2** (4 Punkte). Da etwa 0.1% der Passagiere verbotene Gegenstände in ihrem Handgepäck mitführen, werden zur Verbesserung der Sicherheit an Flughäfen neue Handgepäckscanner installiert. Diese schlagen bei unerlaubten Gegenständen mit einer Wahrscheinlichkeit von 98% Alarm. Jedoch ertönt auch bei harmlosem Gepäck bei einem von hundert Passagieren der Alarm.

- a) Bestimmen Sie den durchschnittlichen prozentualen Anteil an Passagieren, bei denen ein Alarm ertönt
- b) Wie wahrscheinlich ist es, dass verbotene Gegenstände gefunden wurden, wenn der Alarm zu hören ist?
- c) Wie groß darf die Wahrscheinlichkeit eines falschen Alarms maximal sein, damit bei Ertönen eines Alarmtons auch zu 90% ein unerlaubter Gegenstand vorhanden ist?

♣ **Aufgabe 3** (4 Punkte).

- a) Sei $(X_k)_{k \in \mathbb{N}}$ eine Folge von unabhängigen Bernoulli-verteilten Zufallsvariablen zum Parameter $p = \frac{1}{3}$. Sei $S_n = X_1 + \dots + X_n$, $n \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie approximativ

$$\mathbf{P}(S_{10000} \geq 3500).$$

- b) Um vor der nächsten Wahl den Prozentsatz $p \in (0, 1)$ einer Partei zu schätzen, werden n Wähler befragt, ob sie für diese Partei stimmen. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Stichprobenmittel um mehr als 0.01 vom wahren Prozentsatz abweicht, soll kleiner gleich 0.05 sein. Wie viele Wähler müssen dafür mindestens befragt werden?
- c) Angenommen es gebe 25 Mio. Wahlberechtigte. Sie gehen davon aus, dass diese ohne Beeinflussung Ihre Partei unabhängig voneinander mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% wählen. Falls Sie eine Person jedoch bestechen, so wird sie sicher für Sie stimmen. Mit Ihrem Wahlkampfbudget können Sie bis zu 20.000 Personen bestechen. Genügt das, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% die Wahl zu gewinnen?

Abgabetermin: Die mit ♣ gekennzeichneten Aufgaben sind zu bearbeiten und in der Vorlesung am Dienstag abzugeben. Es wird dringend empfohlen auch die übrigen Aufgaben zu lösen.