

Stochastik 1  
WS 2018/2019, FSU Jena

Prof. Schmalfuß  
Robert Hesse, Verena Köpp

Ausgabetermin: 22.11.2018
Abgabetermin: 29.11.2018

**6. Übungsblatt**

**Aufgabe 1.** Sei  $X \sim \text{Geom}(p)$ , d.h.  $\mathbb{P}(X = k) = p(1 - p)^{k-1}$ ,  $k \in \mathbb{N}$ . Bestimmen Sie  $\mathbb{E}X$ ,  $\text{Var}(X)$  und  $\mathbb{E}\left(\frac{1}{X}\right)$ .

**Aufgabe 2.** Sei  $X \sim \text{Geom}(p)$ . Bestimmen Sie die Verteilung der Zufallsvariable

$$Y = \frac{X}{2}(1 - (-1)^X)$$

und deren Erwartungswert  $\mathbb{E}Y$ .

**Aufgabe 3.**

- a) Sei  $X$  exponentialverteilt mit Parameter  $\lambda > 0$ . Bestimmen Sie die Dichtefunktionen von  $Y_1 = \sqrt{X}$  und  $Y_2 = \frac{1}{\lambda} \log(X)$ .
- b) Sei  $X$  standardnormalverteilt. Bestimmen Sie die Dichtefunktionen von  $Y_3 := e^X$  und  $Y_4 := |X| - 1$ .

♣ **Aufgabe 4** (4 Punkte). Sei eine Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} c|x|e^{-x}, & \text{für } -1 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie den Parameter  $c \in \mathbb{R}$ , sodass  $f$  eine Dichtefunktion ist.
- b) Geben Sie die zugehörige Verteilungsfunktion an.
- c) Ermitteln Sie  $\mathbb{P}(-\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{1}{2})$  und  $\mathbb{P}(X = 0)$ .
- d) Bestimmen Sie  $x \in \mathbb{R}$ , sodass gilt  $\mathbb{P}(X \leq x) = \frac{3}{4}$ .

♣ **Aufgabe 5** (4 Punkte). Eine zufällige Permutation  $\sigma$  der Zahlen  $\{1, \dots, n\}$  besitzt möglicherweise Fixpunkte  $i \in \{1, \dots, n\}$  für die gilt  $\sigma(i) = i$ . Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz der Anzahl aller Fixpunkte von  $\sigma$  unter der Annahme, dass jede Permutation mit derselben Wahrscheinlichkeit auftritt.

♣ **Aufgabe 6** (4 Punkte). Es sei eine Dichte gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} \alpha\beta x^{\beta-1} e^{-\alpha x^\beta}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0, \end{cases}$$

wobei  $\alpha, \beta > 0$ .

- a) Berechnen Sie die dazugehörige Verteilungsfunktion.
- b) Gegeben sei eine auf  $[0, 1]$  gleichverteilte Zufallsvariable  $U$ . Bestimmen Sie eine Funktion  $G: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , sodass  $G(U)$  die Dichte  $f$  besitzt.

**Abgabetermin:** Die mit ♣ gekennzeichneten Aufgaben sind zu bearbeiten und in der Vorlesung am Donnerstag abzugeben. Es wird empfohlen auch die übrigen Aufgaben zu lösen.

**Bedingungen für die Teilnahme an der Klausur:** 50% der Punkte aus den Übungsserien und zweimaliges Vorrechnen an der Tafel.