

Stochastik 1

WS 2018/2019, FSU Jena

Prof. Schmalfuß
Robert Hesse, Verena Köpp

Ausgabetermin:	06.12.2018
Abgabetermin:	13.12.2018

8. Übungsblatt

Aufgabe 1. Sei X eine Zufallsvariable mit endlichem Erwartungswert und $a \in \mathbb{R}$. Für welches a wird $\mathbb{E}(X - a)^2$ minimal?

Aufgabe 2. In einem Krankenhaus werden n Babys in einer bestimmten Woche geboren. Es soll davon ausgegangen werden, dass sich darunter keine Zwillinge befinden, die Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Mädchens oder eines Jungen jeweils $\frac{1}{2}$ ist und dass diese Ereignisse unabhängig voneinander sind. Mit b_n soll die Wahrscheinlichkeit bezeichnet werden, dass mindestens 60% der Neugeborenen Mädchen sind.

- (i) Berechnen Sie b_{10} .
- (ii) Beweisen Sie mittels der Tschebyshevschen Ungleichung, dass $b_{100} < b_{10}$ gilt.
- (iii) Zeigen Sie, dass $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie Varianz der hypergeometrischen Verteilung.

■ **Aufgabe 4** (3 Punkte für (i) und (ii)).

Seien X_1 und X_2 unabhängige Zufallsvariablen. Bestimmen Sie die Verteilung von $X_1 + X_2$, falls

- (i) X_1 und X_2 geometrisch verteilt sind mit Parameter $p \in (0, 1)$,
- (ii) X_1 auf dem Intervall $[0, 1]$ und X_2 auf dem Intervall $[-1, 1]$ gleichverteilt ist,
- (iii) X_1 und X_2 standardnormalverteilt sind.

■ **Aufgabe 5** (4 Punkte). Sei X negativ binomialverteilt. Bestimmen Sie die wahrscheinlichkeitsgenerierende Funktion von X und mit dieser den Erwartungswert und die Varianz von X .

Hinweis: Betrachten Sie $\tilde{X} = Y_1 + \dots + Y_r$ für unabhängige, $Geom(p)$ -verteilte Zufallsvariablen $Y_i, i \in \{1, \dots, r\}$ und zeigen Sie, dass $X := \tilde{X} - r \sim NBin(r, p)$.

■ **Aufgabe 6** (2 Punkte). Bestimmen Sie die wahrscheinlichkeitsgenerierende Funktion von X und mit dieser jeweils das 1. und 2. Moment, wenn

- (a) X poissonverteilt ist mit $\lambda > 0$,
- (b) X binomialverteilt ist mit (n, p) .

■ **Aufgabe 7** (3 Punkte). Für eine Wahrscheinlichkeitsverteilung mit der Dichtefunktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & : & x < -1 \\ 1 - |x| & : & -1 \leq x < 1 \\ 0 & : & x \geq 1 \end{cases}$$

ermittle man das Quantil z_q für $q = 0.25, 0.5$ und 0.75 .

Abgabetermin: Die mit ■ gekennzeichneten Aufgaben sind zu bearbeiten und in der Vorlesung am Donnerstag abzugeben. Es wird empfohlen auch die übrigen Aufgaben zu lösen.

Bedingungen für die Teilnahme an der Klausur: 50% der Punkte aus den Übungsreihen und zweimaliges Vorrechnen an der Tafel.