



Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie WS 2018/19 Übungsserie 1

Vorlesung: B. Schmalfuß

Übung: T. Bock, S. Engelhardt, C.C.M. Ritsch, B. Schmalfuß

Aufgabe 1 Wie viele Konstellationen von vier Tanzpaaren (Dame, Herr) lassen sich aus

- a) 4 Damen und 4 Herren,
- b) 6 Damen und 8 Herren bilden?

H-Aufgabe 2 (4 Punkte) Beim Schachspiel kann ein Turm nur horizontal und vertikal schlagen. Wir nehmen nun den allgemeinen Fall an, dass das Spielbrett aus $n \times n$ Feldern besteht.

- a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, n Türme auf dieses Brett zu verteilen, so dass keiner den anderen bedroht?
- b) Bezeichnet A_n die gesuchte Zahl aus a), so *könnte* man wie folgt argumentieren: Für einen Turm hat man n^2 Möglichkeiten, ihn auf dem Spielbrett zu platzieren. Dieser bedroht dann genau eine Reihe und Spalte. Das Problem reduziert sich damit auf ein Spielbrett, bestehend aus $(n-1) \times (n-1)$ -Feldern, so dass rekursiv $A_n = n^2 A_{n-1}$ für $2 \leq n \in \mathbb{N}$ mit $A_1 = 1$ gilt. Dies bedeutet also

$$A_n = n^2(n-1)^2(n-2)^2 \dots 3^2 2^2 = (n!)^2.$$

Warum entspricht dieses Ergebnis *nicht* der gesuchten Lösung von a)?

H-Aufgabe 3 (4 Punkte) Um von der rechten oberen Ecke in die linke untere Ecke zu gelangen, darf man nur nach, links, unten und schräg nach links-unten laufen, siehe Abbildung 1. Wie viele verschiedene Wege gibt es?

Aufgabe 4 Gegeben seien zehn Parallelprozessoren und fünf voneinander nicht unterscheidbare Jobs.

- a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, diese fünf Jobs auf die einzelnen Prozessoren zu verteilen, wenn jedem Prozessor höchstens ein Job zugeteilt werden darf?
- b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, dass die ersten sieben Prozessoren bei der obigen

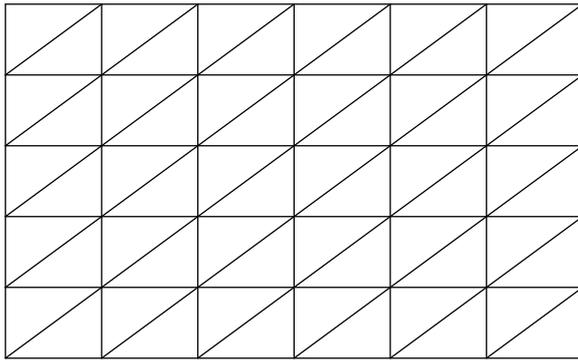


Figure 1: Wege, Aufgabe 3

Zuteilung insgesamt drei Jobs und die restlichen drei zwei Jobs erhalten.

c) Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass das unter b) beschriebene zufällige Ereignis bei einer gleichmäßigen zufälligen Verteilung der Jobs auftritt.

Aufgabe 5 Von 20 gegebenen Jobs gehören vier zur Klasse 1, sechs zur Klasse 2, sieben zur Klasse 3 und drei zur Klasse 4. Es werden fünf Jobs zufällig ausgewählt, wobei es keine Unterschiede in der Wahrscheinlichkeit der Auswahl eines Jobs gibt. Man berechne die Wahrscheinlichkeit,

- a) genau drei Jobs der Klasse 2,
- b) mindestens drei Job der Klasse 2,
- c) mindestens ein Job der Klasse 2 auszuwählen.

H-Aufgabe 6 (4 Punkte) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim Skat (10 Karten aus 32)

- a) kein As,
- b) genau 2 Buben und genau 2 Asse,
- c) genau 3 Buben, aber kein As zu bekommen?

Aufgabe 7 (Zusatzaufgabe)

Sei $K(n) := \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n-k}{k}$. Zeigen Sie: K nimmt nur Werte in $\{-1, 0, 1\}$ an und ermitteln Sie $K(2019)$! Hinweis: Der Binomialkoeffizient $\binom{m}{k}$ verschwindet falls $m < k$ und es gilt

$$\binom{m}{l} + \binom{m}{l+1} = \binom{m+1}{l+1}.$$

Berechnen Sie damit $K(n+1) - K(n)$.

Abgabe: 25.10.2018 in der **Vorlesung**