



Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie WS 2018/19 Übungsserie 3

Vorlesung: B. Schmalfuß

Übung: T. Bock, S. Engelhardt, C.C.M. Ritsch, B. Schmalfuß

H-Aufgabe 1 (4 Punkte)

Seien A und B zwei zufällige Ereignisse mit $\mathbb{P}(A) = \frac{3}{4}$ und $\mathbb{P}(B) = \frac{1}{3}$.

- Zeigen Sie, dass die Ungleichung $\frac{1}{12} \leq \mathbb{P}(A \cap B) \leq \frac{1}{3}$ erfüllt ist.
- Seien A und B zwei zufällige Ereignisse mit $\mathbb{P}(A) = 0.25$, $\mathbb{P}(B) = 0.45$ und $\mathbb{P}(A \cup B) = 0.5$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $\mathbb{P}(A \cap B)$, $\mathbb{P}(A^c \cap B^c)$ und $\mathbb{P}((A \cap B^c) \cup (A^c \cap B))$.

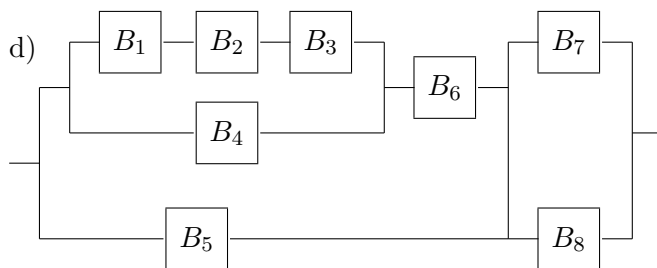
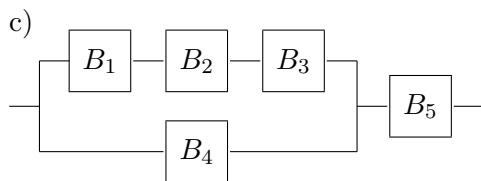
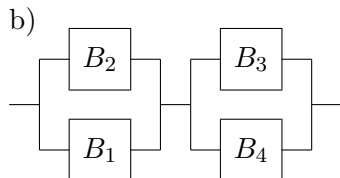
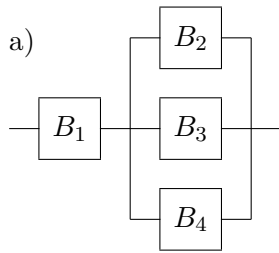
Aufgabe 2

Von vier Firmen wurde eine Brücke gebaut. Firma I lieferte dabei 10% der gesamten LKW-Ladungen mit Fertigbeton, Firma II 20%, Firma III 30% und Firma IV 40%. Bekannt ist, dass in Firma I bei 1% ihrer LKW-Ladungen mit Fertigbeton das Mischungsverhältnis nicht den gestellten Qualitätsanforderungen entsprach, in Firma II galt das für 0.4%, in Firma III für 0.3% und in Firma IV für 0.1%.

- Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der eine während der Bauarbeiten zufällig ausgewählte LKW-Ladung mit Fertigbeton nicht das richtige Mischungsverhältnis besaß.
- Eine zufällig ausgewählte LKW-Ladung besitzt nicht das richtige Mischungsverhältnis. Wie groß ist die (bedingte) Wahrscheinlichkeit, dass die Ladung von Firma I stammte?

Aufgabe 3

In einem Stromkreis befinden sich bis zu 8 Bauteile $B_i, i = 1 \dots 8$, die unabhängig voneinander jeweils mit Wahrscheinlichkeit $p = 0.5$ ausfallen. Bestimmen Sie die jeweiligen Ausfallwahrscheinlichkeiten der unten angegebenen Schaltungen.



H–Aufgabe 4 (4 Punkte)

Eine Versicherung ermittelt, dass bei Verkehrsunfällen von Autofahrern, die angegurtet waren, nur 8 Prozent Kopfverletzungen hatten. Bei nichtangeschnallten Fahrern trugen 62 Prozent keine Kopfverletzungen davon. Es kann davon ausgegangen werden, dass 15 Prozent aller Autofahrer keinen Gurt anlegen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die nach einem Unfall mit Kopfverletzung eingelieferten Autofahrer keinen Gurt trugen?

Aufgabe 5

Es seien A und B Ereignisse. Man zeige die Äquivalenz folgender Aussagen:

- (i) A und B sind unabhängig.
- (ii) A und B^c sind unabhängig.
- (iii) A^c und B sind unabhängig.
- (iv) A^c und B^c sind unabhängig.

Aufgabe 6

Es soll eine Rätselaufgabe gelöst werden. Im ersten Versuch wird das Rätsel mit der Wahrscheinlichkeit 0.3 gelöst. Wurde nach diesem Versuch die Lösung noch nicht gefunden, bekommt man einen Hinweis, so dass man das Rätsel mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.7 im zweiten Versuch löst. Ist dieser Tipp nicht ausreichend gewesen, erhält man noch einen zweiten, so dass man das Rätsel mit Wahrscheinlichkeit 0.8 im dritten Versuch löst. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bleibt das Rätsel nach drei Schritten ungelöst?

H-Aufgabe 7 (4 Punkte) Es werden zwei Würfel geworfen. Wir definieren folgende Ereignisse:

- A : Der erste Würfel zeigt eine 1.
- B : Der zweite Würfel zeigt eine 1.
- C : Beide Würfel zeigen dieselbe Zahl.

Man zeige, dass A , B und C zwar paarweise unabhängig sind, nicht jedoch (vollständig) unabhängig.