



# Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie WS 2018/19 Übungsserie 5

Vorlesung: B. Schmalfuß

Übung: T. Bock, S. Engelhardt, C.C.M. Ritsch, B. Schmalfuß

## Aufgabe 1

Was ist wahrscheinlicher: Bei vier Würfeln mit einem Würfel eine Sechs zu werfen oder bei 24 Würfeln mit zwei Würfeln ein Sechser Paar zu werfen?

## Aufgabe 2

Sei  $X$  eine diskrete Zufallsvariable mit Werten in  $\mathbb{N}$  und  $0 < \mathbb{P}(X = k) < 1$  für alle  $k \in \mathbb{N}$ . Man zeige:  $X$  ist genau dann  $\text{Geo}(p)$ -verteilt mit Parameter  $0 < p < 1$ , falls für  $X$  die *Gedächtnislosigkeit* gilt, d.h.

$$\mathbb{P}(X > j + k | X > k) = \mathbb{P}(X > j), \quad j, k \in \mathbb{N}.$$

## H-Aufgabe 3 (4 Punkte)

An einer Tankstelle kommen zwischen 16.00 und 18.00 Uhr durchschnittlich 2.5 Fahrzeuge pro Minute an. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Minute während dieser Zeit

- a) kein Fahrzeug,
- b) genau ein Fahrzeug,
- c) genau zwei Fahrzeuge,
- d) mehr als drei Fahrzeuge,
- e) weniger als 6 Fahrzeuge

ankommen, wobei die Anzahl der ankommenden Fahrzeuge pro Minute als Poisson-verteilt mit Parameter  $\lambda = 2.5$  angenommen wird.

## Aufgabe 4

Ein Ganove zahlt fünfzig 500 Euroscheine bei einer Bank ein, von denen 10 aus seiner eigenen Produktion stammen. Die Bank prüft vier der eingezahlten Scheine auf Echtheit.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind genau zwei der vier Noten Fälschungen?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind alle vier Noten echt?

## H-Aufgabe 5 (3 Punkte)

Bei der Übermittlung von Jobs, die unabhängig voneinander erfolgt, zu einer Rechenan-

lage ist diese in 60 Prozent aller Fälle überlastet. Wie viele Übertragungsversuche muss man vorsehen, damit mit Wahrscheinlichkeit 0.95 mindestens eine erfolgreiche Übertragung erfolgen kann?

### Aufgabe 6

Gegeben sei die Funktion:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq -2 \\ a(x+2) & , x \in (-2, 0] \\ -a(x-2) & , x \in (0, 2] \\ 0 & , x > 2. \end{cases}$$

Für welches  $a \in \mathbb{R}$  ist diese Funktion die Dichte einer Wahrscheinlichkeitsverteilung?

### H-Aufgabe 7(5 Punkte)

Die Funktion  $f(z)$  sei gegeben durch:

$$f(z) = \begin{cases} 0 & , z < 0 \\ \alpha z^2(2-z) & , 0 \leq z \leq 2 \\ 0 & , z > 2. \end{cases}$$

- Für welches  $\alpha$  ist  $f$  eine Dichtefunktion?
- Man ermittle die zugehörige Verteilungsfunktion.
- Man ermittle  $P(Z \leq 1)$ .
- Man ermittle für  $X = Z^2$  die Dichte- und die Verteilungsfunktion.