



Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie WS 2018/19 Übungsserie 7

Vorlesung: B. Schmalfuß

Übung: T. Bock, S. Engelhardt, C.C.M. Ritsch, B. Schmalfuß

H-Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es gelte $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

- $\mathbb{P}(\mu - 0.5\sigma \leq X \leq \mu + 0.5\sigma)$,
- $\mathbb{P}(X > \mu - 3\sigma)$,
- $\mathbb{P}(|X - \mu| \leq 2\sigma)$,
- $\mathbb{P}(|X - \mu| < \sigma)$.

Hinweis: Eine Tabelle der Werte der $N(0, 1)$ -Normalverteilung befindet sich auf meiner Web-Seite in der Formelsammlung *Formel*.

H-Aufgabe 2 (4 Punkte)

Ein Flugzeug bekommt für einen Linienflug einen Höhenkorridor im Bereich von 4300 m bis 4400 m vorgeschrieben. Bei Erreichen einer Höhe von 4350 m wird das Flugzeug auf Automatenflug umgestellt. Zu einem festen Zeitpunkt ist dann die tatsächliche Höhe eine normalverteilte Zufallsvariable mit $\mu = 4350\text{ m}$ und $\sigma^2 = 400\text{ m}^2$.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zu einem vorgegebenen Zeitpunkt der Flug im Korridor verläuft.
- In welcher Höhe müsste der Autopilot angestellt werden, damit die Wahrscheinlichkeit für das Unterfliegen des Korridors zu einem vorgegebenen Zeitpunkt 0.005 beträgt?

Aufgabe 3

Die zufällige Übertragungszeit T von Bildsignalen eines Kanals sei normalverteilt mit $\mu = 40\text{ ms}$ und $\sigma^2 = 9\text{ ms}^2$, d.h. $T \sim \mathcal{N}(40, 9)$.

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Übertragungszeit kleiner als 46.36 ms ist.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt die Übertragungszeit zwischen 37 ms und 42 ms ?

- (c) Ermitteln Sie den symmetrischen Bereich $[40 - c, 40 + c]$ ($c \in \mathbb{R}$) um die mittlere Übertragungszeit, in welchem 95% aller Zeiten liegen!

H-Aufgabe 4 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Dichte von $Y = e^X$, wobei X standardnormalverteilt ist.

Aufgabe 5

Zeigen Sie für $x > 1$ die Gültigkeit der folgenden Ungleichung für die Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung:

$$\varphi(x) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^3} \right) < 1 - \Phi(x) < \varphi(x) \frac{1}{x}.$$

Dabei ist $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ und $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(t) dt$.

Aufgabe 6

Bei der automatischen Abfüllung von 0.5 l-Milchflaschen wird das abgefüllte Flüssigkeitsvolumen F als normalverteilt mit den Parametern $\mu = 500 \text{ cm}^3$ und $\sigma = 5 \text{ cm}^3$ angenommen.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine 0.5 l-Flasche weniger als 495 cm^3 enthält?
- Das Volumen der Milchflasche sei unabhängig vom Flüssigkeitsvolumen normalverteilt mit den Parametern $\mu_V = 515 \text{ cm}^3$ und $\sigma_V = \sqrt{11} \text{ cm}^3$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Flasche nicht überläuft?