Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie WS 2018/19
Übungsserie 9

Vorlesung: B. Schmalfuß

Übung: T. Bock, S. Engelhardt, C.C.M. Ritsch, B. Schmalfuß

H-Aufgabe 1(6 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & : \quad |x| > 3 \\ \frac{1}{3} - \frac{1}{9}x & : \quad x \in [0,3] \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{9}x & : \quad x \in [-3,0] \end{cases}$$

(a) Man weise nach, dass $f(x)$ eine Dichtefunktion ist.

(b) Man berechne Verteilungsfunktion, Erwartungswert und Varianz der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung.

(c) Man berechne das 0.25–Quantil und das 0.75–Quantil der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung.

H-Aufgabe 2(6 Punkte auf den 2. Teil der Aufgabe (Berechnung von $\mathbb{E}Z$))
Für nichtnegative stetige Zufallsvariablen Z mit Verteilungsfunktion $F(z)$ gilt

$$\mathbb{E}Z = \int_0^\infty (1 - F(z))dz,$$

falls $\mathbb{E}Z$ existiert. Man mache sich diese Formel klar und berechne damit den Erwartungswert einer Zufallsvariablen Z, die die Verteilungsfunktion

$$F(z) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{z^2}{\lambda}} & : \quad z \geq 0 \\ 0 & : \quad \text{sonst} \end{cases}$$

besitzt, falls $\lambda > 0$.
Hinweis: Man beachte die Dichtefunktion der Standardnormalverteilung.

Aufgabe 3
Gegeben sei eine Zufallsvariable X, die $N(\mu, \sigma^2)$-verteilt ist. Man gebe eine Formel für die α-Quantile dieser Zufallsvariablen an, falls die α-Quantile einer standardnormalverteilten Zufallsvariablen mit $\alpha \geq 0.5$ bekannt sind.

Aufgabe 4

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} a|x|^3 & : \quad -2 \leq x \leq 2 \\ 0 & : \quad \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) Man berechne die Konstante a so, dass $f(x)$ eine Dichtefunktion ist.

(b) Man berechne Verteilungsfunktion, Erwartungswert und Varianz der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung.

(c) Man berechne das 0.25–Quantil und das 0.75–Quantil der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Aufgabe 5

Es sei eine Dichte gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} \alpha\beta x^{\beta-1} e^{-\alpha x^\beta}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0, \end{cases}$$

wobei $\alpha, \beta > 0$. Eine Zufallsvariable, die diese Diche besitzt, heißt Weibull-verteilt.

- Berechnen Sie die dazugehörige Verteilungsfunktion.
- Gegeben seien auf $(0, 1)$ gleichmäßig verteilte Zufallszahlen $x_1, x_2, \cdots$. Erzeugen Sie mit diesen Zufallszahlen Weibull- verteilte Zufallszahlen.

Aufgabe 6
Gegeben sei ein diskrete Zufallsvariable, die die Werte $a < b < c$ mit Wahrscheinlichkeiten p_a, p_b, $p_c \in (0, 1)$ annimmt. Man überlege sich, wie man Zufallszahlen mit dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung aus gleichmäßig verteilten Zufallszahlen aus dem Intervall $(0, 1)$ erzeugt.

Abgabe: 20.12.2018 in der **Vorlesung**