Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie WS 2018/19
Übungsserie 13

Vorlesung: B. Schmalfuß

Übung: T. Bock, S. Engelhardt, C.C.M. Ritsch, B. Schmalfuß

Die H-Aufgeben dieser Serie können benutzt werden, um den Punktestand aufzubessern, so dass die eine notwendige Bedingung, um an der Klausur teilzunehmen, erfüllt werden kann.

Aufgabe 1
Es sei die gemeinsame Verteilung zweier Zufallsvariablen X, Y gegben duch folgende Tabelle:

	y=-1	**y=0**	**y=2**
x=1	$\frac{1}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{2}{18}$
x=2	$\frac{2}{18}$	0	$\frac{3}{18}$
x=3	0	$\frac{4}{18}$	$\frac{3}{18}$

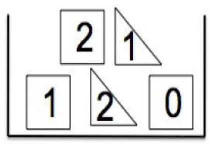
Berechne die Randverteilungen von X und Y, den Erwartungswert von X, Y und XY, die Varianz von X und Y, sowie die Kovarianz und den Korrelationskoeffizenten. Sind X, Y unabhängig beziehungsweise unkorreliert?

Aufgabe 2
Gegeben sei ein zufälliger Vektor (X_1, X_2) mit stetiger Wahrscheinlichkeitsverteilung. Die Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x_1, x_2)$ sei konstant über dem Bereich

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq y,\, 0 \leq y \leq 1\}$$

und Null außerhalb dieses Bereiches. Man gebe den Wert von $f(x_1, x_2)$ über B an. Weiterhin berechne man die Randdichten bezüglich X_1 und X_2, den Erwartungswert und die Varianz von X_1 und X_2 und weiterhin die Kovarianz von diesen beiden Zufallsvariablen.

Aufgabe 3
Aus der unten abgebildeten Urne wird ein Objakt gezogen. Die Zufallsvariable X gebe die Zahl auf dem Objekt, die Zufallsvariable Y die Anzahl der Ecken an.



Bestimme die gemeinsame Verteilung von X und Y, $\mathbb{E}(X)$, $V(X)$ und $\mathbb{E}(XY)$. Sind X und Y unabhängig?

H-Aufgabe 4 (4 Punkte)
Eine Studentin, die vor kurzem eine Veranstaltung zur Wahrscheinlichkeitstheorie gehört hat, wartet an einer Haltestelle auf die Straßenbahn, welche sich leicht verspätet.
Die Studentin überlegt sich, dass man die Verspätung einer Straßenbahn an der Haltestelle (in Minuten) mittels einer Zufallsvariablen X beschreiben könnte. Für die Wahrscheinlichkeit, dass die Straßenbahn bis zu einer Zeit x nach der planmäßigen Ankunftszeit erscheint, vermutet sie den folgenden Zusammenhang,

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x - \frac{1}{4}x^2, & 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2\,. \end{cases}$$

a) Weisen Sie nach, dass F_X eine Verteilungsfunktion ist.
b) Bestimmen Sie die Dichtefunktion f_X.
c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich die Straßenbahn um mehr als eine Minute verspätet?
d) Berechnen Sie die mittlere Wartezeit auf die Straßenbahn.
e) Die Zufallsvariable Y beschreibt die Verspätung der Straßenbahn in Sekunden. Bestimmen Sie

$$\mathbb{P}(30 \leq Y \leq 120)\,.$$

H-Aufgabe 5 (4 Punkte)
Da etwa 0.1% der Passagiere verbotene Gegenstände in ihrem Handgepäck mitführen, werden zur Verbesserung der Sicherheit an Flughäfen neue Handgepäckscanner installiert. Diese schlagen bei unerlaubten Gegenständen mit einer Wahrscheinlichkeit von 98% Alarm. Jedoch ertönt auch bei harmlosem Gepäck bei einem von Hundert Passagieren der Alarm. Wie wahrscheinlich ist es, dass verbotene Gegenständen gefunden wurden, wenn der Alarm zu hören ist?

Definiere die Ereignisse $V = \{\text{verbotene Dinge gefunden}\}$ und $A = \{\text{Alarm ertönt}\}$. Gegeben ist

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(V) &= 0.001, \\
\mathbb{P}(V^c) &= 0.999, \\
\mathbb{P}(A|V) &= 0.098, \\
\mathbb{P}(A|V^c) &= 0.01.
\end{aligned}$$

H–Aufgabe 6(4 Punkte)
Eine Ölgesellschaft führt an drei Orten Bohrungen durch. Man schätzt die Wahrscheinlichkeit für eine erfolgreiche Bohrung am ersten Ort auf 0.4, am zweiten auf 0.6 und am dritten auf 0.15. Dabei wird der Erfolg der Bohrungen als unabhängig vorausgesetzt. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass
(a) alle Bohrungen,
(b) keine Bohrung,
(c) mindestens eine Bohrung,
(d) genau zwei Bohrungen
zum Erfolg führen?

Abgabe: 31.1.2019 in der **Vorlesung**