Übungsaufgaben zur VL EWMS, WS 2018/19
Blatt 7, Abgabe: 05.12.2018, 10 Uhr

25. (2 Punkte)

$(X_n)_{n=0,1,\ldots}$ und $(Y_n)_{n=0,1,\ldots}$ seien diskrete Zufallsvariable auf einem W-Raum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ mit $X_n \xrightarrow{P} X_0$ und $Y_n \xrightarrow{P} Y_0$.

Zeigen Sie, dass daraus
$$X_n + Y_n \xrightarrow{P} X_0 + Y_0$$
folgt!

26. (2+2 Punkte)

Beim Roulette sind je 18 Zahlen rot bzw. schwarz gefärbt und eine Zahl (0) ist grün. Ein Spieler setzt stets auf *Rot* und er bekommt beim Gewinn den doppelten Einsatz ausbezahlt. Er wählt die „Verdoppelungsstrategie“, d.h., er setzt im k-ten Spiel einen Einsatz von 2^{k-1} Euro und bricht das Spiel ab, wenn er erstmals gewinnt.

(i) Nehmen Sie an, dass der Spieler unbegrenzte Geldreserven besitzt und das Casino ihn beliebig lange spielen lässt.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass er irgendwann gewinnt und wie hoch ist sein Nettogewinn (Auszahlung minus gesamter Einsatz)?

(ii) Nehmen Sie jetzt an, dass der Spieler maximal K-mal spielen kann. (Falls er K-mal verliert, so ist verliert er seinen gesamten Einsatz; andernfalls bricht er nach seinen ersten Gewinn ab.)

Wie hoch ist der Erwartungswert seines Nettogewinns und wie verhält sich dieser Nettogewinn mit $K \to \infty$?

27. (2 Punkte)

$(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei eine Folge von diskreten Zufallsvariablen auf einem W-Raum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

Zeigen Sie, dass
$$A := \{\omega\colon\ X_n(\omega) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 0\} \in \mathcal{A}$$
gilt!

Hinweis: Nutzen Sie, dass $x_n \longrightarrow_{n\to\infty} 0$ genau dann gilt, wenn $\forall k \in \mathbb{N}\ |x_n| \leq 1/k\ \forall n \geq n(k)$ gilt und stellen Sie die Menge A so dar, dass deren Messbarkeit aus bekannten Eigenschaften von σ-Algebren hergeleitet werden kann.