

Übungsaufgaben zur VL EWMS, WS 2018/19

Blatt 8, Abgabe: 12.12.2018, 10 Uhr

28. (1+2 Punkte)

X sei eine exponentialverteilte Zufallsvariable, d.h., mit einer Dichte p , wobei (für $\lambda > 0$)

$$p(u) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda u}, & \text{falls } u \geq 0, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

- (i) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion F von X !
- (ii) Zeigen Sie die sogenannte Nichtalterungseigenschaft der Exponentialverteilung, d.h.,

$$P(X > t + s \mid X > t) = P(X > s) \quad \forall s, t > 0!$$

29. (2 Punkte)

X_1 und X_2 seien stochastisch unabhängig und gleichverteilt auf dem Intervall $[0, 1]$.

Berechnen Sie die Dichte von $X_1 + X_2$!

30. (3+2 Punkte)

$(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sei eine Folge von unabhängigen Zufallsvariablen mit $X_n \sim \text{Exp}(\lambda)$, $\lambda > 0$.

- (i) Zeigen Sie, dass $X_1 + \dots + X_k$ eine Dichte p mit

$$p(x) = \begin{cases} e^{-\lambda x} \lambda^k \frac{x^{k-1}}{(k-1)!}, & \text{falls } x \geq 0, \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

hat!

- (ii) Weiter sei $Z_t = \max\{n \geq 0: X_1 + \dots + X_n \leq t\}$.

Zeigen Sie, dass $Z_t \sim \text{Poisson}(\lambda t)$ gilt!

Hinweis: Nutzen Sie, dass $P(Z_t = k) = P(X_1 + \dots + X_k \leq t) - P(X_1 + \dots + X_{k+1} \leq t)$ gilt!