

## Stochastik II – Mathematische Statistik für Physiker

W. Nagel

WS 2018

Übungsaufgaben, 4. Serie

### 1. Pflichtaufgabe. Mindestens die schriftliche Lösung dieser Aufgabe ist am 10.12.2018 abzugeben.

Gegeben sei die folgende Stichprobe aus einer normalverteilten Grundgesamtheit mit unbekanntem Erwartungswert  $\mu$  und unbekannter Varianz  $\sigma^2$ :

5,10; 6,78; 3,54; 8,30; 7,98; 6,92; 4,12; 1,48; 3,62; 9,00; 6,76; 6,22; 5,42; 5,32; 0,68; 5,52; 4,80; 5,30; 6,92; 4,26; 1,44 .

Berechnen Sie Konfidenzintervalle zu verschiedenen Konfidenzniveaus (0,9; 0,95; 0,99)

(a) für den Erwartungswert  $\mu$ ,

(b) für die Varianz  $\sigma^2$ ,

(c) für das Paar  $(\mu, \sigma^2)$ .

### 2. Simulieren Sie 100 Stichproben vom Umfang $n$ (der Wert von $n$ soll zwischen 10 und 50 liegen) zu einer Normalverteilung mit Erwartungswert 0 und Varianz 1. Berechnen Sie zu jeder dieser Stichproben das 0,95-Konfidenzintervall für den Erwartungswert. Gehen Sie dabei davon aus, dass beide Parameter unbekannt sind. Stellen Sie fest, in wievielen Fällen die Konfidenzintervalle jeweils den wahren Wert des Erwartungswerts überdecken.

### 3. Es wird angenommen, dass das Gewicht von Produkten, die von einer Maschine produziert werden, normalverteilt ist. Auf Grund mehrmonatiger Erfahrung sei bekannt, dass die Varianz des Gewichts gleich $9g^2$ ist. Zur Kontrolle werden der laufenden Produktion stichprobenartig Produkte entnommen und gewogen. Gesucht ist der kleinste Stichprobenumfang, für den folgendes gilt:

Die Länge des  $(1 - \alpha)$ -Konfidenzintervalls für den Erwartungswert ist nicht größer als  $1g$ . Betrachten Sie dabei

(a)  $1 - \alpha = 0,9$ ,

(b)  $1 - \alpha = 0,95$ ,

(c)  $1 - \alpha = 0,99$ .