Übungsaufgaben zur VL EWMS, Sommersemester 2019
Blatt 2, Abgabe: **30.04.2019 – Dienstag!**, 12 Uhr

5. (2 Punkte)

   Ein Lehrer verzichtet auf das Korrigieren und ermittelt die Noten wie folgt. Er wirft drei Würfel und nimmt die kleinste auftretende Augenzahl als Note.

   Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten der einzelnen Noten!

   Hinweise: Gehen Sie von einem geeigneten Laplace-Experiment aus und bestimmen Sie zunächst die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Note nicht besser als k ist ($k = 1, \ldots, 6$).

6. (1+2 Punkte)

   Ein Modell für den n-maligen Münzwurf ist gegeben durch den Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, wobei $\Omega = \{(\omega_1, \ldots, \omega_n)\colon\ \omega_i \in \{0,1\}\}$, $\mathcal{A} = 2^\Omega$ und $P(\{\omega\}) = 2^{-n}$ $\forall \omega \in \Omega$. („1“ möge für Zahl stehen und „0“für Wappen.) A_k sei das Ereignis, dass genau k-mal Zahl fällt.

   (i) Beschreiben Sie A_k als eine Teilmenge von Ω!

   (ii) Wie viele Teilmengen hat Ω? Wie viele Mengen enthält die kleinste σ-Algebra $\mathcal{A}_0$ in Ω, welche die Mengen $A_0, \ldots, A_n$ enthält?

7. (3 Punkte)

   $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ sei ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A_1, \ldots, A_n \in \mathcal{A}$.

   Zeigen Sie, dass

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1} \sum_{(i_1,\ldots,i_k)\colon 1 \le i_1 < \cdots < i_k \le n} P\left(A_{i_1} \cap \cdots \cap A_{i_k}\right)$$

   gilt!

8. (2 Punkte)

   Es seien $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und I eine beliebige Indexmenge. Für $i \in I$ seien $A_i \in \mathcal{A}$ paarweise disjunkte Ereignisse.

   Zeigen Sie, dass $I_0 := \{i \in I\colon\ \ P(A_i) > 0\}$ höchstens abzählbar ist!