

Übungsaufgaben zur VL EWMS, Sommersemester 2019

Blatt 7, Abgabe: 10.07.2019, 12 Uhr

24. (2 Punkte)

Gegeben seien Zufallsvariable $X_n \sim \text{Bin}(n, p/n)$ auf einem Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{A}, P) , wobei $p > 0$. Wogegen konvergiert für $k = 0, 1, 2, \dots$ $P(X_n = k)$ mit $n \rightarrow \infty$?

Hinweis: Es gilt $(1 - c/n)^n \rightarrow_{n \rightarrow \infty} e^{-c}$ für $c \geq 0$.

25. (3 Punkte)

Eine Fluggesellschaft hat die langjährige Erfahrung gemacht, dass 5% der Gesamtzahl der Personen, die sich einen Platz reservieren ließen, nicht zum Abflug erschienen. Deshalb verkauft die Gesellschaft für ein Flugzeug, das 95 Plätze hat, 100 Tickets.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Personen, die zu einem bestimmten Abflug erscheinen, einen Platz bekommen? Bestimmen Sie sowohl die exakte Lösung (unter der Annahme, dass alle Ticket-Inhaber ihre Entscheidungen unabhängig voneinander und mit der gleichen Wahrscheinlichkeit treffen) als auch eine Näherungslösung mit Hilfe der Poisson-Approximation! (Siehe auch Aufgabe 24.)

26. (2+2+2 Punkte)

Eine Firma stellt Taschenrechner her. Bekannt ist, dass 10% der produzierten Geräte defekt sind. Ursache dafür können die Fehler F_1 und F_2 sein. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Fehler F_1 beträgt 0,04. Sowohl Fehler F_1 als auch Fehler F_2 haben 0,25% der produzierten Taschenrechner.

- (i) Untersuchen Sie, ob die beiden Fehler F_1 und F_2 unabhängig voneinander auftreten!
- (ii) Ein Kontrolleur benötigt für eine Analyse einen Taschenrechner, der sowohl Fehler F_1 als auch Fehler F_2 aufweist. Wie viele Geräte müssen der Produktion wenigstens entnommen werden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0,99 wenigstens ein solcher Rechner dabei ist?
- (iii) Um Taschenrechner preiswert kaufen zu können, gaben die Gymnasien einer Stadt eine Sammelbestellung von 750 Stück bei dieser Firma ab. Die Zufallsgröße Y beschreibt die Anzahl der Rechner unter den 750 gelieferten Geräten, die den Fehler F_1 aufweisen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Fehler F_1 bei weniger als 20 Rechnern auftritt? (Benutzen Sie hier die Approximation aus Satz 8.2 aus der VL vom 04.07.2019. Die Werte der Verteilungsfunktion können aus der beigelegten Tabelle entnommen werden; z.B. gilt $\Phi(1,96) \approx 0,975$.)

(Abiturprüfung, Leistungskurs – Sachsen, im vergangenen Jahrtausend)

Werte $\Phi(z)$ der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.50000	.50398	.50797	.51196	.51595	.51993	.52392	.52790	.53188	.53585
0.1	.53982	.54379	.54775	.55171	.55567	.55961	.56355	.56749	.57142	.57534
0.2	.57925	.58316	.58706	.59095	.59483	.59870	.60256	.60641	.61026	.61409
0.3	.61791	.62171	.62551	.62930	.63307	.63683	.64057	.64430	.64802	.65173
0.4	.65542	.65909	.66275	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68438	.68793
0.5	.69146	.69497	.69846	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72574	.72906	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75174	.75490
0.7	.75814	.76114	.76423	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78523
0.8	.78814	.79102	.79389	.79673	.79954	.80233	.80510	.80784	.81057	.81326
0.9	.81593	.81858	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83397	.83645	.83891
1.0	.84134	.84375	.84613	.84849	.85083	.85314	.85542	.85769	.85992	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87285	.87492	.87697	.87899	.88099	.88297
1.2	.88493	.88686	.88876	.89065	.89251	.89435	.89616	.89795	.89972	.90147
1.3	.90319	.90490	.90658	.90824	.90987	.91149	.91308	.91465	.91620	.91773
1.4	.91924	.92073	.92219	.92364	.92506	.92647	.92785	.92921	.93056	.93188
1.5	.93319	.93447	.93574	.93699	.93821	.93942	.94062	.94179	.94294	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94844	.94949	.95052	.95154	.95254	.95352	.95448
1.7	.95543	.95636	.95728	.95818	.95907	.95994	.96079	.96163	.96246	.96327
1.8	.96406	.96485	.96562	.96637	.96711	.96784	.96855	.96925	.96994	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97319	.97381	.97441	.97500	.97558	.97614	.97670
2.0	.97724	.97778	.97830	.97882	.97932	.97981	.98030	.98077	.98123	.98169
2.1	.98213	.98257	.98299	.98341	.98382	.98422	.98461	.98499	.98537	.98573
2.2	.98609	.98644	.98679	.98712	.98745	.98777	.98808	.98839	.98869	.98898
2.3	.98927	.98955	.98982	.99009	.99035	.99061	.99086	.99110	.99134	.99157
2.4	.99180	.99202	.99223	.99245	.99265	.99285	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99429	.99445	.99461	.99476	.99491	.99505	.99520
2.6	.99533	.99547	.99560	.99573	.99585	.99597	.99609	.99620	.99631	.99642
2.7	.99653	.99663	.99673	.99683	.99692	.99702	.99710	.99719	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99759	.99767	.99774	.99781	.99788	.99794	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99824	.99830	.99835	.99841	.99846	.99851	.99855	.99860