

Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

WS 2019/2020

FSU Jena

Prof. Schmalfuß

Stefan Engelhardt, Verena Köpp

Ausgabetermin: 21.10.2019

Abgabetermin: 28.10.2019

2. Übungsblatt

Aufgabe 1. Sei $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge von Ereignissen. Man definiere für alle $n \in \mathbb{N}$

$$B_n = A_n \setminus \left(\bigcup_{i=1}^{n-1} A_i \right).$$

Zeigen Sie, dass $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} B_n$ und dass $B_n \cap B_m = \emptyset$, falls $m \neq n$.

Aufgabe 2. Vier Briefe werden zufällig in vier Umschläge mit verschiedenen Empfängern gesteckt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass keiner der Briefe im richtigen Umschlag landet.

Aufgabe 3. Sei $K(n) := \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n-k}{k}$.

Zeigen Sie: K nimmt nur Werte in $\{-1, 0, 1\}$ an und ermitteln Sie $K(2019)$.

Hinweis: Der Binomialkoeffizient $\binom{m}{k}$ verschwindet falls $m < k$ und es gilt

$$\binom{m}{l} + \binom{m}{l+1} = \binom{m+1}{l+1}.$$

Berechnen Sie damit $K(n+1) - K(n)$.

■ **Aufgabe 4** (4 Punkte). In einem Hörsaal befinden sich 20 Studenten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei am selben Tag Geburtstag haben, wenn wir Schaltjahre außer Acht lassen und annehmen, dass für jeden Studenten unabhängig von den anderen die Wahrscheinlichkeit an einem bestimmten Tag Geburtstag zu haben $\frac{1}{365}$ beträgt?

■ **Aufgabe 5** (4 Punkte). (Glücksspirale)

Eine 7-stellige Glückszahl, bestehend aus den Ziffern $0, \dots, 9$, wird gezogen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für die Ziehung von '4444444' und die von '1234567', falls die Glückszahl ermittelt wird, indem

- aus einem Behälter mit 70 Kugeln (7 je Ziffer) nacheinander 7 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen werden;
- aus 7 Behältern mit je 10 Kugeln (1 je Ziffer) nacheinander je eine Kugel gezogen wird.

▲ **Aufgabe 6** (4 Punkte). Gegeben seien die Wahrscheinlichkeiten

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(A) &= 0,5; & \mathbb{P}(B) &= 0,25; & \mathbb{P}(C) &= 0,15; & \mathbb{P}(A \cap B) &= 0,125; \\ \mathbb{P}(A \cap C) &= 0,06; & \mathbb{P}(B \cap C) &= 0,075; & \mathbb{P}(A \cap B \cap C) &= 0,03.\end{aligned}$$

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der zufälligen Ereignisse

- a) $A \cup C$,
- b) $A \cup B \cup C$,
- c) $A^c \cap B^c \cap C$,
- d) $(A^c \cap B^c) \cup C$.

Abgabetermin: Die mit ▲ gekennzeichneten Aufgaben sind zu bearbeiten und in der Vorlesung am Montag abzugeben. Es wird empfohlen auch die übrigen Aufgaben zu lösen. Die Übungsserien dürfen in Gruppen von maximal drei Personen abgegeben werden.

Bedingungen für die Teilnahme an der Klausur: 50% der Punkte aus den Übungsserien und mindestens einmaliges Vorrechnen an der Tafel.