

Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

WS 2019/2020

FSU Jena

Prof. Schmalfuß

Stefan Engelhardt, Verena Köpp

Ausgabetermin: 25.11.2019

Abgabetermin: 02.12.2019

6. Übungsblatt

Aufgabe 1. Die zufällige Übertragungszeit T von Bildsignalen eines Kanals sei normalverteilt mit $\mu = 40 \text{ ms}$ und $\sigma = 3 \text{ ms}$, d.h. $T \sim \mathcal{N}(40, 9)$.

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Übertragungszeit kleiner als 46.36 ms ist.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt die Übertragungszeit zwischen 37 ms und 42 ms ?
- Ermitteln Sie $c \in \mathbb{R}$, sodass in dem symmetrischen Bereich $[40 - c, 40 + c]$ um die mittlere Übertragungszeit 95% aller Zeiten liegen!

Aufgabe 2. Ein Flugzeug bekommt für einen Linienflug einen Höhenkorridor im Bereich von 4300 m bis 4400 m vorgeschrieben. Bei Erreichen einer Höhe von 4350 m wird das Flugzeug auf Automatenflug umgestellt. Zu einem festen Zeitpunkt ist dann die tatsächliche Höhe eine normalverteilte Zufallsvariable mit $\mu = 4350 \text{ m}$ und $\sigma = 200 \text{ m}$.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zu einem vorgegebenen Zeitpunkt der Flug im Korridor verläuft.
- In welcher Höhe müsste der Autopilot angestellt werden, damit die Wahrscheinlichkeit für das Unterfliegen des Korridors 0.005 beträgt?

Aufgabe 3. Sei X standardnormalverteilt. Bestimmen Sie die Dichtefunktionen von $Y_1 := e^X$ und $Y_2 := |X| - 1$.

■ **Aufgabe 4** (4 Punkte). Bei der automatischen Abfüllung von $0,5 \text{ l}$ -Milchflaschen wird das abgefüllte Flüssigkeitsvolumen F als normalverteilt mit den Parametern $\mu_F = 500 \text{ cm}^3$ und $\sigma_F = 5 \text{ cm}^3$ angenommen.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine $0,5 \text{ l}$ -Flasche weniger als 490 cm^3 enthält?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Flasche überläuft, wenn das Volumen der Milchflasche unabhängig vom Flüssigkeitsvolumen normalverteilt mit den Parametern $\mu_V = 510 \text{ ml}$ und $\sigma_V = 2 \text{ ml}$ ist?

- ▲ **Aufgabe 5** (4 Punkte). Zwei Kondensatoren werden parallel geschaltet. Die Werte für die Kapazitäten C_1 und C_2 seien unabhängig und normalverteilt mit

$$\mu_1 = 300 \mu F, \quad \sigma_1 = 3 \mu F$$

und

$$\mu_2 = 500 \mu F, \quad \sigma_2 = 4 \mu F.$$

Berechnen Sie den Wert g so, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.96 die Gesamtkapazität im Intervall $[800 - g, 800 + g]$ liegt.

Hinweis: Die Gesamtkapazität ermittelt sich für parallel geschaltete Kondensatoren durch die Summe der Einzelkapazitäten.

- ▲ **Aufgabe 6** (4 Punkte). Es sei $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

a) $\mathbb{P}(\mu - 0,5\sigma \leq X \leq \mu + 0,5\sigma)$,

b) $\mathbb{P}(X > \mu - 3\sigma)$,

c) $\mathbb{P}(|X - \mu| \leq 2\sigma)$ und

d) $\mathbb{P}(|X - \mu| < \sigma)$.

Tabelle der Standardnormalverteilung

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.50000	.50398	.50797	.51196	.51595	.51993	.52392	.52790	.53188	.53585
0.1	.53982	.54379	.54775	.55171	.55567	.55961	.56355	.56749	.57142	.57534
0.2	.57925	.58316	.58706	.59095	.59483	.59870	.60256	.60641	.61026	.61409
0.3	.61791	.62171	.62551	.62930	.63307	.63683	.64057	.64430	.64802	.65173
0.4	.65542	.65909	.66275	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68438	.68793
0.5	.69146	.69497	.69846	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72574	.72906	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75174	.75490
0.7	.75803	.76114	.76423	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78523
0.8	.78814	.79102	.79389	.79673	.79954	.80233	.80510	.80784	.81057	.81326
0.9	.81593	.81858	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83397	.83645	.83891
1.0	.84134	.84375	.84613	.84849	.85083	.85314	.85542	.85769	.85992	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87285	.87492	.87697	.87899	.88099	.88297
1.2	.88493	.88686	.88876	.89065	.89251	.89435	.89616	.89795	.89972	.90147
1.3	.90319	.90490	.90658	.90824	.90987	.91149	.91308	.91465	.91620	.91773
1.4	.91924	.92073	.92219	.92364	.92506	.92647	.92785	.92921	.93056	.93188
1.5	.93319	.93447	.93574	.93699	.93821	.93942	.94062	.94179	.94294	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94844	.94949	.95052	.95154	.95254	.95352	.95448
1.7	.95543	.95636	.95728	.95818	.95907	.95994	.96079	.96163	.96246	.96327
1.8	.96406	.96485	.96562	.96637	.96711	.96784	.96855	.96925	.96994	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97319	.97381	.97441	.97500	.97558	.97614	.97670
2.0	.97724	.97778	.97830	.97882	.97932	.97981	.98030	.98077	.98123	.98169
2.1	.98213	.98257	.98299	.98341	.98382	.98422	.98461	.98499	.98537	.98573
2.2	.98609	.98644	.98679	.98712	.98745	.98777	.98808	.98839	.98869	.98898
2.3	.98927	.98955	.98982	.99009	.99035	.99061	.99086	.99110	.99134	.99157
2.4	.99180	.99202	.99223	.99245	.99265	.99285	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99429	.99445	.99461	.99476	.99491	.99505	.99520
2.6	.99533	.99547	.99560	.99573	.99585	.99597	.99609	.99620	.99631	.99642
2.7	.99653	.99663	.99673	.99683	.99692	.99702	.99710	.99719	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99759	.99767	.99774	.99781	.99788	.99794	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99824	.99830	.99835	.99841	.99846	.99851	.99855	.99860

Abgabetermin: Die mit ♣ gekennzeichneten Aufgaben sind zu bearbeiten und in der Vorlesung am Montag abzugeben. Es wird empfohlen auch die übrigen Aufgaben zu lösen. Die Übungsreihen dürfen in Gruppen von maximal drei Personen abgegeben werden.

Bedingungen für die Teilnahme an der Klausur: 50% der Punkte aus den Übungsreihen und mindestens einmaliges Vorrechnen an der Tafel.