

EWMS

Sommersemester 2020, FSU Jena

Prof. B. Schmalfuß
Dr. R. Hesse

Ausgabetermin: 04.05.2020
Abgabetermin: 11.05.2020

1. Übungsblatt

Aufgabe 1. Beim Schachspiel kann ein Turm nur horizontal und vertikal schlagen. Wir nehmen nun den allgemeineren Fall an, dass das Spielbrett aus $n \times n$ Feldern besteht.

- a) Wie viele Möglichkeiten gibt es n ununterscheidbare Türme so auf dieses Brett zu stellen, dass keiner den anderen bedroht?
- b) Bezeichnet A_n die gesuchte Zahl aus a), so **könnte** man wie folgt argumentieren:
Für einen Turm hat man n^2 Möglichkeiten, ihn zu platzieren; dieser bedroht dann eine Reihe und eine Spalte. Das Problem reduziert sich damit auf ein $(n-1) \times (n-1)$ -Brett mit $(n-1)$ Türmen, sodass $A_n = n^2 A_{n-1}$ ist. Dies bedeutet aber, dass

$$A_n = n^2(n-1)^2(n-2)^2 \dots 2^2 1^2 = (n!)^2.$$

Warum ist dieses **nicht** die gesuchte Lösung von a)?

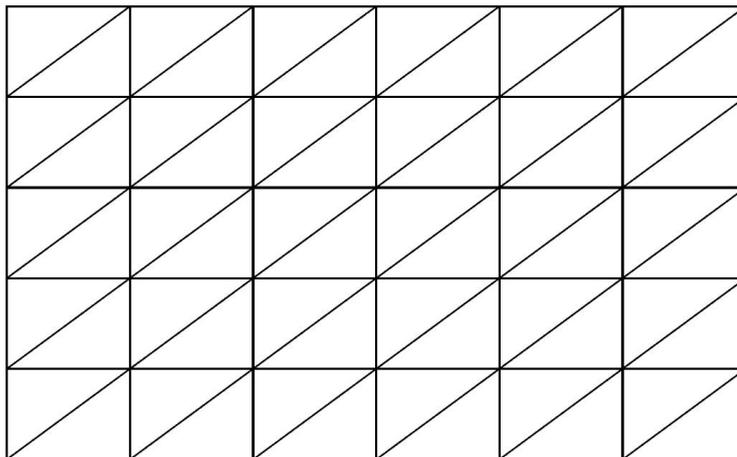
Aufgabe 2. Eine Urne enthält schwarze und weiße Kugeln. Es werden n Kugeln gezogen und das Ereignis A_i , $1 \leq i \leq n$, tritt ein, wenn die i -te Kugel weiß ist. Drücken Sie folgende Ereignisse mit Hilfe von A_i aus:

$$\begin{aligned} B_1 &= \{\text{mindestens eine Kugel ist weiß}\}, \\ B_2 &= \{\text{genau eine Kugel ist weiß}\}, \\ B_3 &= \{\text{alle Kugeln haben dieselbe Farbe}\}, \\ B_4 &= \{\text{mindestens } k \text{ Kugeln sind weiß}\}, \quad 1 \leq k \leq n. \end{aligned}$$

Aufgabe 3.

- a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, bei einer Lotto-Ziehung (6 aus 49) genau 3 Richtige zu haben?
- b) Ein Bit kann zwei Zustände (0 oder 1) annehmen. Ein Byte besteht aus 8 Bits (z.B. 01101011). Wie viele verschiedene Bytes gibt es?
- c) 20 Personen verabschieden sich voneinander mit Händedruck. Jeder geht alleine nach Hause. Wie oft werden dabei die Hände gedrückt?
- d) 15 Ehepaare verabschieden sich voneinander mit Händedruck und gehen paarweise nach Hause. Wie oft werden dabei die Hände gedrückt?

- ♣ **Aufgabe 4** (4 Punkte). Um von der rechten oberen Ecke in die linke untere Ecke zu gelangen, darf man nur nach links, unten und schräg nach links-unten laufen. Wie viele verschiedene Wege gibt es?



Plan der Wege

- ♣ **Aufgabe 5** (4 Punkte). Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N}$, dass

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}.$$

(Hinweis: Berechnen Sie auf 2 verschiedenen Wegen die Anzahl an Möglichkeiten, aus n schwarzen Objekten und n weißen Objekten genau n auszuwählen.)

- ♣ **Aufgabe 6** (4 Punkte). Es werde n -mal ein Würfel geworfen. Das Ereignis A_i , $1 \leq i \leq n$, beschreibe, dass im i -ten Wurf eine gerade Zahl geworfen wird, das Ereignis B_i , $1 \leq i \leq n$, beschreibe, dass im i -ten Wurf eine 5 oder eine 6 geworfen wird und das Ereignis C_i , $1 \leq i \leq n$, beschreibe, dass im i -ten Wurf eine Primzahl geworfen wird. Beschreiben Sie folgende Ereignisse möglichst einfach in Worten:

$$D_1 = A_1 \cap B_1 \cap C_1^c,$$

$$D_2 = \bigcup_{i=1}^n A_i,$$

$$D_3 = \bigcap_{i=1}^n (A_i \cup C_i),$$

$$D_4 = \left(\bigcup_{i=1}^n (A_i \cup B_i) \right) \setminus \left(\bigcup_{i=1}^n C_i \right)$$

Abgabetermin: Die mit ♣ gekennzeichneten Aufgaben sind zu bearbeiten und bis 12 Uhr des Abgabetermins per Mail abzugeben. Es wird empfohlen auch die übrigen Aufgaben zu lösen.

Mailadresse: robert.hesse@uni-jena.de

Bedingungen für die Teilnahme an der Klausur: 50% der Punkte aus den Übungsreihen.