# Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie

Wintersemester 20/21, FSU Jena

Prof. B. Schmalfuß
R. Hesse, M. Ritsch

| | |
|---|---|
| Ausgabetermin: | 11.11.2020 |
| Abgabetermin: | 19.11.2020 |

## 2. Übungsblatt

**Aufgabe 1.** B. Pascal und P. Fermat untersuchten das Problem des Würfel Werfens des französischen Adligen und Spielers Chevalier de Méré, welcher gewettet hatte, dass in 4 Würfen eines Würfels mindestens eine Sechs auftaucht. Er hat häufig gewonnen und um mehr Menschen zum Spielen anzuregen, variierte er die Wette folgendermaßen: In 24 Würfen mit 2 Würfeln würde mindestens ein Paar Sechsen zum Vorschein kommen. Aber mit dieser zweiten Wette verlor de Méré langfristig Geld und musste feststellen, dass 25 Würfe nötig sind, um dieses Spiel für ihn günstig zu gestalten. Berechnen und vergleichen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

a) A: Man erhält in 4 Würfen eines Würfels mindestens eine Sechs.

b) B: Man erhält in 24 Würfen zweier Würfel mindestens ein Paar Sechsen.

c) C: Man erhält in 25 Würfen zweier Würfel mindestens ein Paar Sechsen.

**Aufgabe 2.** Vier Briefe werden zufällig in vier Umschläge mit verschiedenen Empfängern gesteckt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass keiner der Briefe im richtigen Umschlag landet.

**Aufgabe 3.**

a) Unter welchen Bedingungen gelten folgende Beziehungen für zufällige Ereignisse:

(i) $A \cap B = \Omega$,
(ii) $A \cup B = \Omega$,
(iii) $A \cap B = A^c$,
(iv) $A \cup B = \emptyset$,
(v) $A \cup B = A \cap B$.

b) Beweisen Sie folgende Beziehungen:

(i) $(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = A$,
(ii) $A \cup B = B \cup (A \cap B^c)$.

⬆ **Aufgabe 4** (4 Punkte)**.** In einem Hörsaal befinden sich 20 Studierende. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei am selben Tag Geburtstag haben, wenn wir Schaltjahre außer Acht lassen und annehmen, dass für jeden Studierenden unabhängig von den anderen die Wahrscheinlichkeit, an einem bestimmten Tag Geburtstag zu haben, $\frac{1}{365}$ beträgt?

⬆ **Aufgabe 5** (4 Punkte)**.** Gegeben sei ein Parallelrechner mit 3 Prozessoren und 9 voneinander unterscheidbare Jobs. Jeder Job werde zufällig, unabhängig von den anderen einem Prozessor zugewiesen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) jeder Prozessor genau drei Jobs bekommt?

b) ein fester Prozessor mindestens drei Jobs bekommt?

**Aufgabe 6** (4 Punkte)**.**

a) Vereinfachen Sie folgende Ereignisse:

(i) $(A^c \cup B) \cap (A \cup B)$,

(ii) $(A \cup B) \cap (A^c \cup B) \cap (A \cup B^c)$.

b) Zeigen Sie, dass für drei zufällige Ereignisse $A, B, C$ gilt

$$(A \backslash B) \cap C = (A \cap C) \backslash (B \cap C).$$

Gilt ebenfalls für beliebige Ereignisse

$$(A \cap B) \backslash C = (A \backslash C) \cap (B \backslash C)?$$

**Abgabemodalitäten:** Die mit ⬆ gekennzeichneten Aufgaben sind zu bearbeiten und bis 14 Uhr des Abgabetages bei Moodle hochzuladen. Es wird empfohlen auch die übrigen Aufgaben zu lösen.

**Mailadressen:**
robert.hesse@uni-jena.de, carl.christian.marian.ritsch@uni-jena.de, bjoern.schmalfuss@uni-jena.de

**Bedingungen für die Teilnahme an der Klausur:** 50% der Punkte aus den Übungsserien.

Die Übungsserien finden Sie auf Moodle und unter:
`https://users.fmi.uni-jena.de/~jschum/lehre/lectures.php?name=Schmalfu%25C3%259F`