

Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie

Wintersemester 20/21, FSU Jena

Prof. B. Schmalfuß
R. Hesse, M. Ritsch

| | |
|----------------|------------|
| Ausgabetermin: | 26.11.2020 |
| Abgabetermin: | 03.12.2020 |

4. Übungsblatt

Aufgabe 1. Von drei Maschinen gleichen Typs werden von der ersten 20%, von der zweiten 30% und von der dritten 50% der Gesamtproduktion hergestellt. Erfahrungsgemäß entstehen bei der ersten Maschine 5%, bei der zweiten 4% und bei der dritten 2% Ausschuss.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein der Gesamtproduktion zufällig entnommenes Teil Ausschuss?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig gefundenes Ausschussteil auf der zweiten Maschine gefertigt wurde?
- Um die Qualität zu verbessern, soll die erste Maschine gegen eine neue Maschine mit gleicher Kapazität ausgetauscht werden. Welche Ausschussquote darf die neue Maschine höchstens haben, damit die Gesamtausschusswahrscheinlichkeit (siehe a)) 2,5% nicht übersteigt?

Aufgabe 2. Es seien A und B Ereignisse. Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen:

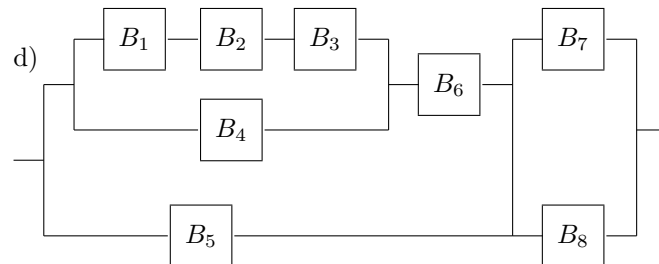
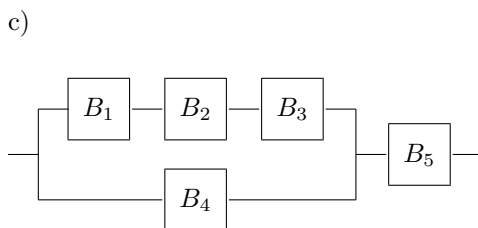
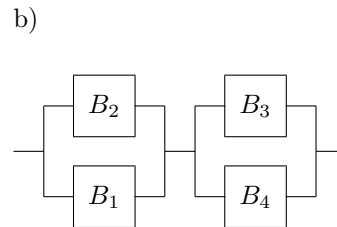
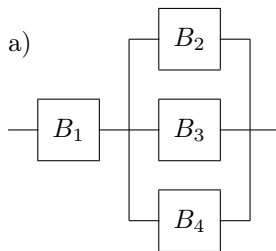
- A und B sind unabhängig.
- A und B^c sind unabhängig.
- A^c und B^c sind unabhängig.

Aufgabe 3. Sie werfen einen weißen und einen schwarzen Würfel. Betrachten Sie folgende drei Ereignisse

$$\begin{aligned}A_1 &= \{\text{Der weiße Würfel zeigt 5 oder 6.}\}, \\A_2 &= \{\text{Die Augensumme ist durch 3 teilbar.}\}, \\A_3 &= \{\text{Die Augensumme ist durch 4 teilbar.}\}.\end{aligned}$$

Sind die Ereignisse A_1, A_2, A_3 vollständig unabhängig?

- ▲ **Aufgabe 4** (4 Punkte auf c) und d)). In einem Stromkreis befinden sich bis zu 8 Bauteile B_i , $i = 1, \dots, 8$, die unabhängig voneinander jeweils mit Wahrscheinlichkeit $p = 0,5$ ausfallen. Bestimmen Sie die jeweiligen Ausfallwahrscheinlichkeiten der unten angegebenen Schaltungen.



- ▲ **Aufgabe 5** (4 Punkte). Es werden zwei Würfel geworfen. Wir definieren folgende Ereignisse:

$$A = \{\text{Der erste Würfel zeigt eine gerade Zahl.}\},$$

$$B = \{\text{Der zweite Würfel zeigt eine gerade Zahl.}\},$$

$$C = \{\text{Beide Würfel zeigen dieselbe Zahl.}\}.$$

Zeigen Sie, dass A , B und C zwar paarweise unabhängig sind, nicht jedoch vollständig unabhängig.

- ▲ **Aufgabe 6** (4 Punkte).

- a) Da etwa 0,1% der Passagiere verbotene Gegenstände in ihrem Handgepäck mitführen, werden zur Verbesserung der Sicherheit an Flughäfen neue Handgepäckscanner installiert. Diese schlagen bei unerlaubten Gegenständen mit einer Wahrscheinlichkeit von 98% Alarm. Jedoch ertönt auch bei harmlosem Gepäck bei einem von Hundert Passagieren der Alarm. Wie wahrscheinlich ist es, dass verbotene Gegenstände gefunden wurden, wenn der Alarm zu hören ist?
- b) Es seien A, B, C aus der σ -Algebra \mathcal{F} . Die Ereignisse A und B seien disjunkt und A und C seien unabhängig. Die Ereignisse B und C seien ebenfalls unabhängig. Beweisen Sie, dass daraus die Unabhängigkeit von $A \cup B$ und C folgt.

Abgabemodalitäten: Die mit ▲ gekennzeichneten Aufgaben sind zu bearbeiten und bis 14 Uhr des Abgabetales bei Moodle hochzuladen. Es wird empfohlen auch die übrigen Aufgaben zu lösen.

Mailadressen:

robert.hesse@uni-jena.de, carl.christian.marian.ritsch@uni-jena.de, bjoern.schmalfuss@uni-jena.de

Bedingungen für die Teilnahme an der Klausur: 50% der Punkte aus den Übungsserien.

Die Übungsserien finden Sie auf Moodle und unter:

<https://users.fmi.uni-jena.de/~jschum/lehre/lectures.php?name=Schmalfu%25C3%259F>