Übungsaufgaben zur VL EWMS, Wintersemester 2020/21

Blatt 9, Abgabe: 20.01.2021, 10 Uhr

26. (1+2 Punkte)

    Es seien $X \sim \mathcal{N}(0,1)$ eine standardnormalverteilte Zufallsvariable auf einem W-Raum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ und $Y = e^X$.

    (i) Stellen Sie die Verteilungsfunktion F_Y durch die Verteilungsfunktion F_X von X dar!

    (ii) Besitzt Y eine Dichte? Begründen Sie Ihre Aussage und berechnen Sie gegebenenfalls die Dichte von Y!

27. (2 Punkte)

    Eine Zufallsvariable X sei exponentialverteilt mit Parameter $\lambda > 0$.

    Berechnen Sie den Erwartungswert von X!

28. (2 Punkte)

    X sei eine Zufallsvariable mit Dichte p und $E[|X|] < \infty$.

    Zeigen Sie, dass für alle $\epsilon > 0$ gilt:

    $$P(|X| \geq \epsilon) \leq \frac{E[|X|]}{\epsilon}!$$

    Hinweis: Übertragen Sie den Beweis von Satz 5.19(i) aus der Vorlesung auf die vorliegende Situation.

29. (2 Punkte)

    Gegeben seien Zufallsvariable $X_n \sim Bin(n, p/n)$ auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, wobei $p > 0$. Wogegen konvergiert für $k = 0, 1, 2, \ldots$ $P(X_n = k)$ mit $n \to \infty$?

    Hinweis: Es gilt $(1 - c/n)^n \to_{n\to\infty} e^{-c}$ *für* $c \geq 0$.