Gewöhnliche Differentialgleichungen für Lehramt Regelschule (SS 2013)
Blatt 3

1. Skizzieren Sie das Richtungsfeld für die folgenden Differentialgleichungen 1. Ordnung durch Untersuchung der Isoklinen und geben Sie die Lösungen an:

   (a) $y' = y$ (b) $y' = x \cdot y$ (c) $y' \cdot y + x = 0$ (d) $y' \cdot y = 1$ (e) $y' = y^2$

2. Lösen Sie die folgenden trennbaren Differentialgleichungen:

   (a) $xy'(x) = \frac{y}{\ln x},\ x > 0,\ x \neq 1$ (b) $y'(x) = \frac{1-2x}{y^2},\ y(0) = 2$

   (c) $y'(x) = \frac{x}{y}$ (d) $y'(x) = \tan x \tan y,\ x, y \neq (2k+1)\frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$

   (e) $y'(x) = \frac{y}{x}$ (f) $y'(x) + 2yx = 0$

   (g) $y'(x) = 3y^{\frac{2}{3}}$ (h) $y'(x) = 2\sqrt{y},\ y \geq 0$

3. Die Funktion $y = \varphi(x)$ sei Lösung der Differentialgleichung

   $$y'(x) = g(Ax + By + C).$$

   Zeigen Sie, dass dann auch die Funktionen $F(x) = \varphi(x + cB) + cA,\ c \in \mathbb{R}$, Lösungen sind.

4. Lösen Sie die folgenden homogenen Differentialgleichungen:

   (a) $y'(x) = \frac{y}{x+y}$, (b) $y'(x) = \frac{x+2y}{x}$,

   (c) $(x^2 + y^2)y'(x) = 2xy$, (d) $y'(x) = \frac{y}{x} - e^{\frac{y}{x}}$.