

Gewöhnliche Differentialgleichungen für Lehramt Regelschule (SS 2013) Blatt 5

1. Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungssysteme:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & y_1' = 2y_1 + y_2 + e^x, \\ & y_2' = 3y_1 + 4y_2 + 1; \\ \text{(c)} & y_1' = y_1 - y_2, \\ & y_2' = -4y_1 + y_2; \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(b)} & y_1' = y_1 + y_2, \\ & y_2' = -2y_1 + 3y_2; \\ \text{(d)} & y_1' = -5y_1 + 2y_2 + e^x, \\ & y_2' = y_1 - 6y_2 + e^{2x}; \end{array}$$

2. Bei einer chemischen Reaktion wandeln sich Moleküle vom Typ X zunächst in Moleküle vom Typ Y und anschließend in Moleküle vom Typ Z um. Die Molekülkonzentrationen zum Zeitpunkt $t \geq 0$ seien durch $c_X(t)$, $c_Y(t)$ sowie $c_Z(t)$ gegeben.

Lösen Sie das folgende Differentialgleichungssystem, welches diese Reaktion beschreibt:

$$\begin{aligned} c_X' &= -k_1 c_X, \\ c_Y' &= k_1 c_X - k_2 c_Y \\ c_Z' &= k_2 c_Y. \end{aligned}$$

Hierbei gilt für die Reaktionskonstanten $k_1 \neq k_2$. Desweiteren sind zur Zeit $t = 0$ die Konzentrationen durch $c_X(0) = a$, $c_Y(0) = b$ und $c_Z(0) = c$ gegeben.