

Übungsaufgaben zur „Mathematik für Chemiker und Biogeowissenschaftler“

Übungsserie 1: Komplexe Zahlen

1. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke und geben Sie das Ergebnis in der algebraischen Darstellung an.

a) $(2 + 3i)(5 - i)$

b) $\frac{3 + 2i}{1 - i}$

c) $\frac{5 + i}{2 + 3i} + \frac{6 + 3i}{4 - 3i}$ (★)

d) $\overline{\left(\frac{(1 + 2i)(3 - i)}{1 + i}\right)}$

2. Geben Sie die algebraische Darstellung der folgenden komplexen Zahlen an.

a) $\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$

b) $4e^{i\frac{2}{3}\pi}$

Geben Sie die eulersche oder trigonometrische Darstellung der folgenden komplexen Zahlen an.

c) $2i$

d) $-1 - i$ (★)

3. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke und geben Sie das Ergebnis in der eulerschen oder trigonometrischen Darstellung an.

a) $(1 - i)^5$

b) $(1 + \sqrt{3}i)^3(1 + i)^{-7}$

c) $\sqrt[4]{-1}$

d) $\sqrt[3]{(2 + 2i)^2}$ (★)

e) $\sqrt[3]{4\sqrt{2}(-1 + i)}$

4. Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z , für die gilt:

a) $z \cdot \operatorname{Im}(\bar{z}) + 4\bar{z} = 2 + 3i$

b) $|z - 1| = |z - i|$

5. Skizzieren Sie die folgenden Mengen komplexer Zahlen in der Gaußschen Zahlenebene.

a) $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) < 1, \operatorname{Im}(z) \leq 2\}$

b) $\{z \in \mathbb{C} : \frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{4}, 1 \leq |z| \leq 2\}$

c) $\{z \in \mathbb{C} : |z + i|^2 + |z - i|^2 \leq 20\}$ (★)

d) $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}\left(\frac{1-i}{z+1}\right) > 0\}$

Die mit (★) gekennzeichneten Aufgaben sollten zu Hause bearbeitet und in den Übungen abgegeben werden.