Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt* *Euklidischer Raum* .

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt* *Euklidischer Raum* .

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt Euklidischer Raum .*
Definition 45 *Bewegung*

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt* *Euklidischer Raum* .
Definition 45 *Bewegung (Isometrie, Kongruenz) ist eine Abbildung* $F : E \longrightarrow E$, *die Abstände erhält:*

Wiederholung

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt* *Euklidischer Raum* .

Definition 45 *Bewegung (Isometrie, Kongruenz) ist eine Abbildung $F : E \longrightarrow E$, die Abstände erhält:* $|\overrightarrow{F(a)F(b)}|$

Wiederholung

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt Euklidischer Raum .*

Definition 45 *Bewegung (Isometrie, Kongruenz) ist eine Abbildung $F : E \longrightarrow E$, die Abstände erhält:* $|\overrightarrow{F(a)F(b)}| = |\vec{ab}|$

Wiederholung

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt* *Euklidischer Raum* .

Definition 45 *Bewegung (Isometrie, Kongruenz) ist eine Abbildung $F : E \to E$, die Abstände erhält: $|\overrightarrow{F(a)F(b)}| = |\vec{ab}|$ für alle $a, b \in E$.*

Wiederholung

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt* Euklidischer Raum .

Definition 45 Bewegung (Isometrie, Kongruenz) *ist eine Abbildung $F : E \longrightarrow E$, die Abstände erhält: $|\overrightarrow{F(a)F(b)}| = |\vec{ab}|$ für alle $a, b \in E$.*

Wiederholung

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt* *Euklidischer Raum* .

Definition 45 *Bewegung (Isometrie, Kongruenz)* *ist eine Abbildung $F : E \to E$, die Abstände erhält: $|\overrightarrow{F(a)F(b)}| = |\vec{ab}|$ für alle $a, b \in E$.*

HauptBsp

Wiederholung

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt Euklidischer Raum .*

Definition 45 *Bewegung (Isometrie, Kongruenz) ist eine Abbildung $F : E \to E$, die Abstände erhält: $|\overrightarrow{F(a)F(b)}| = |\vec{ab}|$ für alle $a, b \in E$.*

HauptBsp $F(a) := a_1 + f(\vec{a_0a})$,

Wiederholung

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt* Euklidischer Raum .

Definition 45 *Bewegung (Isometrie, Kongruenz) ist eine Abbildung $F : E \to E$, die Abstände erhält: $|\overrightarrow{F(a)F(b)}| = |\vec{ab}|$ für alle $a, b \in E$.*

HauptBsp $F(a) := a_1 + f(\vec{a_0 a})$, wobei f eine orthogonale Abbildung ist,

Wiederholung

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt Euklidischer Raum .*

Definition 45 *Bewegung (Isometrie, Kongruenz) ist eine Abbildung $F: E \to E$, die Abstände erhält: $|\overrightarrow{F(a)F(b)}| = |\vec{ab}|$ für alle $a, b \in E$.*

HauptBsp $F(a) := a_1 + f(\vec{a_0 a})$, wobei f eine orthogonale Abbildung ist, ist eine Bewegung.

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt Euklidischer Raum .*
Definition 45 *Bewegung (Isometrie, Kongruenz) ist eine Abbildung $F: E \to E$, die Abstände erhält: $|\overrightarrow{F(a)F(b)}| = |\vec{ab}|$ für alle $a, b \in E$.*
HauptBsp $F(a) := a_1 + f(\vec{a_0 a})$, wobei f eine orthogonale Abbildung ist, ist eine Bewegung.
Satz 34

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt Euklidischer Raum .*
Definition 45 *Bewegung (Isometrie, Kongruenz) ist eine Abbildung $F : E \to E$, die Abstände erhält: $|\overrightarrow{F(a)F(b)}| = |\vec{ab}|$ für alle $a, b \in E$.*
HauptBsp $F(a) := a_1 + f(\vec{a_0 a})$, wobei f eine orthogonale Abbildung ist, ist eine Bewegung.
Satz 34 *Jede Bewegung (eines endlichdimensionalen Euklidischen Raums)*

Wiederholung

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt* *Euklidischer Raum* .
Definition 45 *Bewegung (Isometrie, Kongruenz) ist eine Abbildung $F : E \to E$, die Abstände erhält: $|\overrightarrow{F(a)F(b)}| = |\vec{ab}|$ für alle $a, b \in E$.*
HauptBsp $F(a) := a_1 + f(\vec{a_0 a})$, wobei f eine orthogonale Abbildung ist, ist eine Bewegung.
Satz 34 *Jede Bewegung (eines endlichdimensionalen Euklidischen Raums) ist wie im Hauptbsp.*
Hilfslemma 1 *Sei $|u| = |v| = 1$. Dann gilt:*
$(u, v) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad |u + v| = \sqrt{2}$

Wiederholung

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt* *Euklidischer Raum* .

Definition 45 *Bewegung (Isometrie, Kongruenz) ist eine Abbildung $F : E \to E$, die Abstände erhält: $|\overrightarrow{F(a)F(b)}| = |\vec{ab}|$ für alle $a, b \in E$.*

HauptBsp $F(a) := a_1 + f(\vec{a_0 a})$, wobei f eine orthogonale Abbildung ist, ist eine Bewegung.

Satz 34 *Jede Bewegung (eines endlichdimensionalen Euklidischen Raums) ist wie im Hauptbsp.*

Hilfslemma 1 *Sei $|u| = |v| = 1$. Dann gilt:*
$(u, v) = 0 \quad \iff \quad |u + v| = \sqrt{2}$

Folgerung *Ist $(a_0, a_1, ..., a_n)$ ein cartesisches Koordinatensystem, so ist $(F(a_0), ..., F(a_n))$ auch ein cartesisches Koordinatensystem.*

Wiederholung

Definition 42 *Ein affiner Vektorraum E über einem Vektorraum mit Skalarprodukt heißt Euklidischer Raum .*
Definition 45 *Bewegung (Isometrie, Kongruenz) ist eine Abbildung $F : E \to E$, die Abstände erhält: $|\overrightarrow{F(a)F(b)}| = |\vec{ab}|$ für alle $a, b \in E$.*
HauptBsp $F(a) := a_1 + f(\vec{a_0 a})$, wobei f eine orthogonale Abbildung ist, ist eine Bewegung.
Satz 34 *Jede Bewegung (eines endlichdimensionalen Euklidischen Raums) ist wie im Hauptbsp.*
Hilfslemma 1 *Sei $|u| = |v| = 1$. Dann gilt:*
$(u, v) = 0 \iff |u + v| = \sqrt{2}$
Folgerung *Ist $(a_0, a_1, ..., a_n)$ ein cartesisches Koordinatensystem, so ist $(F(a_0), ..., F(a_n))$ auch ein cartesisches Koordinatensystem.*

Hilfslemma 2

Hilfslemma 2 *Seien* $x_1, x_2 \in E$

Hilfslemma 2 *Seien* $x_1, x_2 \in E$ *s.d.* $|\vec{x_1 x_2}| = 1$.

Hilfslemma 2 *Seien $x_1, x_2 \in E$ s.d. $|\overrightarrow{x_1 x_2}| = 1$. Dann gilt: für jedes $t \in \mathbb{R}$ ist $F(x_1 + t\overrightarrow{x_2 x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F(x_1)}$.*

Hilfslemma 2 *Seien* $x_1, x_2 \in E$ *s.d.* $|\overrightarrow{x_1x_2}| = 1$. *Dann gilt: für jedes* $t \in \mathbb{R}$ *ist* $F(x_1 + t\overrightarrow{x_2x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F(x_1)}$.

Hilfslemma 2 *Seien* $x_1, x_2 \in E$ *s.d.* $|\vec{x_1 x_2}| = 1$. *Dann gilt: für jedes* $t \in \mathbb{R}$ *ist* $F(x_1 + t\vec{x_2 x_1}) = F(x_1) + t\vec{F(x_2)F(x_1)}$.

Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*

Hilfslemma 2 *Seien* $x_1, x_2 \in E$ *s.d.* $|\vec{x_1x_2}| = 1$. *Dann gilt: für jedes* $t \in \mathbb{R}$ *ist* $F(x_1 + t\vec{x_2x_1}) = F(x_1) + t\vec{F(x_2)F}(x_1)$.

Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*

Hilfslemma 3

Hilfslemma 2 *Seien* $x_1, x_2 \in E$ *s.d.* $|\overrightarrow{x_1x_2}| = 1$. *Dann gilt: für jedes* $t \in \mathbb{R}$ *ist* $F(x_1 + t\overrightarrow{x_2x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F(x_1)}$.

Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*

Hilfslemma 3 *Sei* $\mathcal{G}$ *eine Gerade.*

Hilfslemma 2 *Seien* $x_1, x_2 \in E$ *s.d.* $|\overrightarrow{x_1x_2}| = 1$. *Dann gilt: für jedes* $t \in \mathbb{R}$ *ist* $F(x_1 + t\overrightarrow{x_2x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F(x_1)}$.

Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*

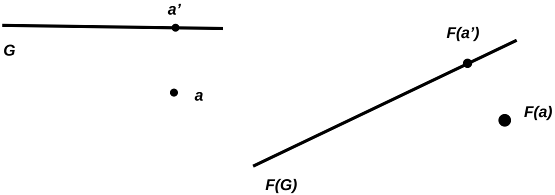
Hilfslemma 3 *Sei* $\mathcal{G}$ *eine Gerade. Für jedes* $a \in E$

Hilfslemma 2 *Seien $x_1, x_2 \in E$ s.d. $|\overrightarrow{x_1x_2}| = 1$. Dann gilt: für jedes $t \in \mathbb{R}$ ist $F(x_1 + t\overrightarrow{x_2x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F(x_1)}$.*
Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*
Hilfslemma 3 *Sei $\mathcal{G}$ eine Gerade. Für jedes $a \in E$ gilt: $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.*

Hilfslemma 2 *Seien $x_1, x_2 \in E$ s.d. $|\overrightarrow{x_1x_2}| = 1$. Dann gilt: für jedes $t \in \mathbb{R}$ ist $F(x_1 + t\overrightarrow{x_2x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F(x_1)}$.*

Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*

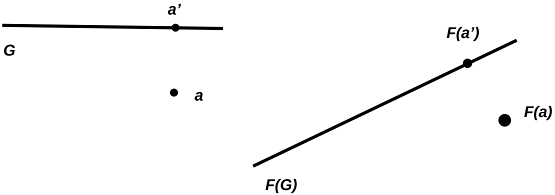
Hilfslemma 3 *Sei $\mathcal{G}$ eine Gerade. Für jedes $a \in E$ gilt: $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.*



Hilfslemma 2 *Seien $x_1, x_2 \in E$ s.d. $|\vec{x_1x_2}| = 1$. Dann gilt: für jedes $t \in \mathbb{R}$ ist $F(x_1 + t\vec{x_2x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F}(x_1)$.*

Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*

Hilfslemma 3 *Sei $\mathcal{G}$ eine Gerade. Für jedes $a \in E$ gilt: $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.*

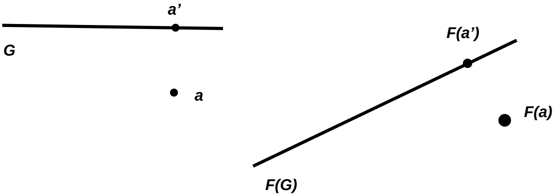


Wiederholung

Hilfslemma 2 *Seien* $x_1, x_2 \in E$ *s.d.* $|\overrightarrow{x_1x_2}| = 1$. *Dann gilt: für jedes* $t \in \mathbb{R}$ *ist* $F(x_1 + t\overrightarrow{x_2x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F(x_1)}$.

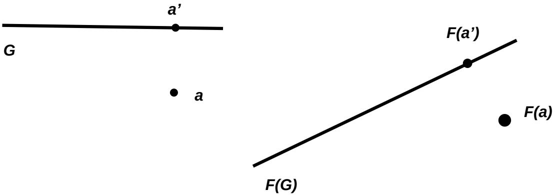
Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*

Hilfslemma 3 *Sei* $\mathcal{G}$ *eine Gerade. Für jedes* $a \in E$ *gilt:* $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.



Wiederholung $F(M)$ ist die Bezeichung für das Bild der Menge M;

Hilfslemma 2 *Seien* $x_1, x_2 \in E$ *s.d.* $|\vec{x_1x_2}| = 1$. *Dann gilt: für jedes* $t \in \mathbb{R}$ *ist* $F(x_1 + t\vec{x_2x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F}(x_1)$.
Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*
Hilfslemma 3 *Sei* $\mathcal{G}$ *eine Gerade. Für jedes* $a \in E$ *gilt:* $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.

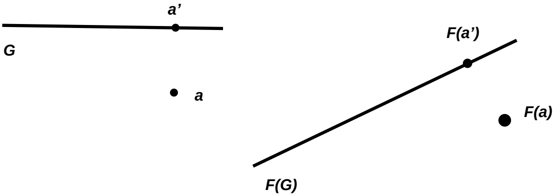


Wiederholung $F(M)$ ist die Bezeichung für das Bild der Menge M; $F(M) = \{F(m),\ \text{wobei } m \in M\}$.

Hilfslemma 2 *Seien* $x_1, x_2 \in E$ *s.d.* $|\vec{x_1x_2}| = 1$. *Dann gilt: für jedes* $t \in \mathbb{R}$ *ist* $F(x_1 + t\vec{x_2x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F(x_1)}$.

Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*

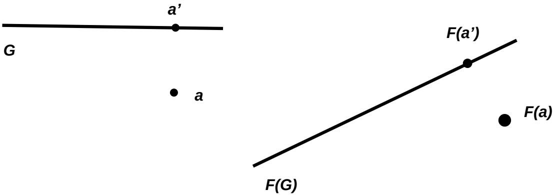
Hilfslemma 3 *Sei* $\mathcal{G}$ *eine Gerade. Für jedes* $a \in E$ *gilt:* $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.



Wiederholung $F(M)$ ist die Bezeichung für das Bild der Menge M; $F(M) = \{F(m), \text{ wobei } m \in M\}$.

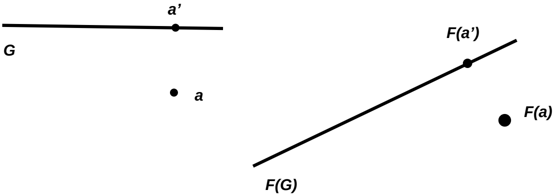
Beweis.

Hilfslemma 2 *Seien $x_1, x_2 \in E$ s.d. $|\vec{x_1x_2}| = 1$. Dann gilt: für jedes $t \in \mathbb{R}$ ist $F(x_1 + t\vec{x_2x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F}(x_1)$.*
Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*
Hilfslemma 3 *Sei $\mathcal{G}$ eine Gerade. Für jedes $a \in E$ gilt: $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.*



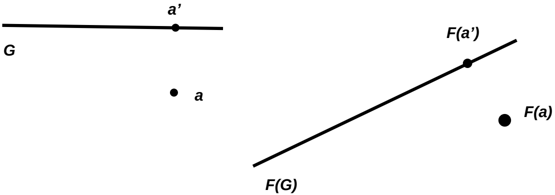
Wiederholung $F(M)$ ist die Bezeichung für das Bild der Menge M; $F(M) = \{F(m), \text{ wobei } m \in M\}$.
Beweis. Nach Lemma 31 $Proj_{\mathcal{G}}(a)$

Hilfslemma 2 *Seien $x_1, x_2 \in E$ s.d. $|\vec{x_1x_2}| = 1$. Dann gilt: für jedes $t \in \mathbb{R}$ ist $F(x_1 + t\vec{x_2x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F(x_1)}$.*
Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*
Hilfslemma 3 *Sei $\mathcal{G}$ eine Gerade. Für jedes $a \in E$ gilt: $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.*



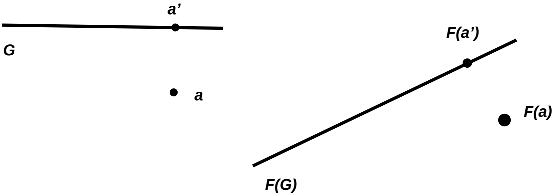
Wiederholung $F(M)$ ist die Bezeichung für das Bild der Menge M; $F(M) = \{F(m), \text{ wobei } m \in M\}$.
Beweis. Nach Lemma 31 $Proj_{\mathcal{G}}(a)$ ist der Punkt $a' \in \mathcal{G}$

Hilfslemma 2 *Seien $x_1, x_2 \in E$ s.d. $|\vec{x_1 x_2}| = 1$. Dann gilt: für jedes $t \in \mathbb{R}$ ist $F(x_1 + t\vec{x_2 x_1}) = F(x_1) + t\vec{F(x_2)F(x_1)}$.*
Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*
Hilfslemma 3 *Sei $\mathcal{G}$ eine Gerade. Für jedes $a \in E$ gilt: $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.*



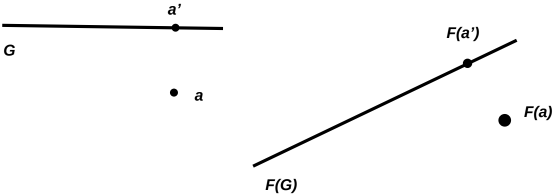
Wiederholung $F(M)$ ist die Bezeichung für das Bild der Menge M; $F(M) = \{F(m), \text{ wobei } m \in M\}$.
Beweis. Nach Lemma 31 $Proj_{\mathcal{G}}(a)$ ist der Punkt $a' \in \mathcal{G}$ so dass für jedes $a'' \in \mathcal{G}$, $a'' \neq a'$ gilt $|\vec{aa'}| < |\vec{aa''}|$. Da F Abstände erhält

Hilfslemma 2 *Seien* $x_1, x_2 \in E$ *s.d.* $|\vec{x_1x_2}| = 1$. *Dann gilt: für jedes* $t \in \mathbb{R}$ *ist* $F(x_1 + t\vec{x_2x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F}(x_1)$.
Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*
Hilfslemma 3 *Sei* $\mathcal{G}$ *eine Gerade. Für jedes* $a \in E$ *gilt:* $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.



Wiederholung $F(M)$ ist die Bezeichung für das Bild der Menge M; $F(M) = \{F(m), \text{ wobei } m \in M\}$.
Beweis. Nach Lemma 31 $Proj_{\mathcal{G}}(a)$ ist der Punkt $a' \in \mathcal{G}$ so dass für jedes $a'' \in \mathcal{G}$, $a'' \neq a'$ gilt $|\vec{aa'}| < |\vec{aa''}|$. Da F Abstände erhält und die Gerade $\mathcal{G}$

Hilfslemma 2 *Seien* $x_1, x_2 \in E$ *s.d.* $|\overrightarrow{x_1x_2}| = 1$. *Dann gilt: für jedes* $t \in \mathbb{R}$ *ist* $F(x_1 + t\overrightarrow{x_2x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F(x_1)}$.
Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*
Hilfslemma 3 *Sei* $\mathcal{G}$ *eine Gerade. Für jedes* $a \in E$ *gilt:* $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.

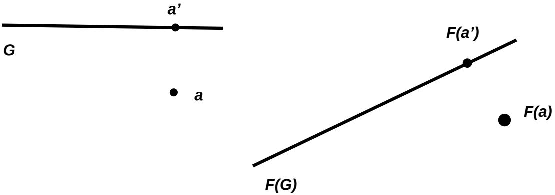


Wiederholung $F(M)$ ist die Bezeichung für das Bild der Menge M; $F(M) = \{F(m), \text{ wobei } m \in M\}$.
Beweis. Nach Lemma 31 $Proj_{\mathcal{G}}(a)$ ist der Punkt $a' \in \mathcal{G}$ so dass für jedes $a'' \in \mathcal{G}$, $a'' \neq a'$ gilt $|\overrightarrow{aa'}| < |\overrightarrow{aa''}|$. Da F Abstände erhält und die Gerade $\mathcal{G}$ in Gerade $F(\mathcal{G})$ überführt,

Hilfslemma 2 *Seien $x_1, x_2 \in E$ s.d. $|\vec{x_1x_2}| = 1$. Dann gilt: für jedes $t \in \mathbb{R}$ ist $F(x_1 + t\vec{x_2x_1}) = F(x_1) + t\vec{F(x_2)F(x_1)}$.*

Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*

Hilfslemma 3 *Sei $\mathcal{G}$ eine Gerade. Für jedes $a \in E$ gilt: $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.*



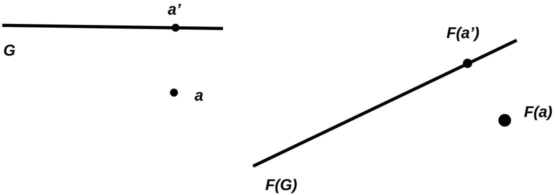
Wiederholung $F(M)$ ist die Bezeichung für das Bild der Menge M; $F(M) = \{F(m), \text{ wobei } m \in M\}$.

Beweis. Nach Lemma 31 $Proj_{\mathcal{G}}(a)$ ist der Punkt $a' \in \mathcal{G}$ so dass für jedes $a'' \in \mathcal{G}$, $a'' \neq a'$ gilt $|\vec{aa'}| < |\vec{aa''}|$. Da F Abstände erhält und die Gerade $\mathcal{G}$ in Gerade $F(\mathcal{G})$ überführt, für jedes $F(a'') \in F(\mathcal{G})$,

Hilfslemma 2 *Seien $x_1, x_2 \in E$ s.d. $|\vec{x_1 x_2}| = 1$. Dann gilt: für jedes $t \in \mathbb{R}$ ist $F(x_1 + t\vec{x_2 x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F(x_1)}$.*

Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*

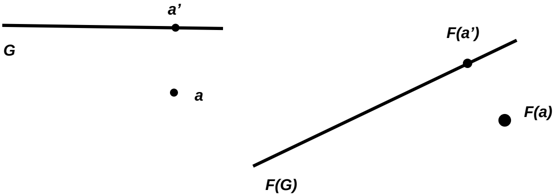
Hilfslemma 3 *Sei $\mathcal{G}$ eine Gerade. Für jedes $a \in E$ gilt: $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.*



Wiederholung $F(M)$ ist die Bezeichung für das Bild der Menge M; $F(M) = \{F(m), \text{ wobei } m \in M\}$.

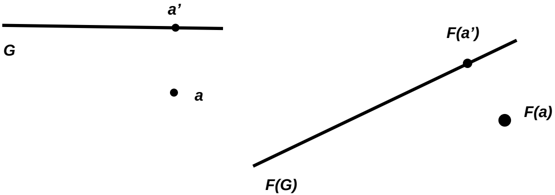
Beweis. Nach Lemma 31 $Proj_{\mathcal{G}}(a)$ ist der Punkt $a' \in \mathcal{G}$ so dass für jedes $a'' \in \mathcal{G}$, $a'' \neq a'$ gilt $|\vec{aa'}| < |\vec{aa''}|$. Da F Abstände erhält und die Gerade $\mathcal{G}$ in Gerade $F(\mathcal{G})$ überführt, für jedes $F(a'') \in F(\mathcal{G})$, $F(a'') \neq F(a')$

Hilfslemma 2 *Seien $x_1, x_2 \in E$ s.d. $|\vec{x_1x_2}| = 1$. Dann gilt: für jedes $t \in \mathbb{R}$ ist $F(x_1 + t\vec{x_2x_1}) = F(x_1) + t\vec{F(x_2)F(x_1)}$.*
Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*
Hilfslemma 3 *Sei $\mathcal{G}$ eine Gerade. Für jedes $a \in E$ gilt: $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.*



Wiederholung $F(M)$ ist die Bezeichung für das Bild der Menge M; $F(M) = \{F(m), \text{ wobei } m \in M\}$.
Beweis. Nach Lemma 31 $Proj_{\mathcal{G}}(a)$ ist der Punkt $a' \in \mathcal{G}$ so dass für jedes $a'' \in \mathcal{G}$, $a'' \neq a'$ gilt $|\vec{aa'}| < |\vec{aa''}|$. Da F Abstände erhält und die Gerade $\mathcal{G}$ in Gerade $F(\mathcal{G})$ überführt, für jedes $F(a'') \in F(\mathcal{G})$, $F(a'') \neq F(a')$ ist $|\overrightarrow{F(a)F(a')}| < |\overrightarrow{F(a)F(a'')}|$.

Hilfslemma 2 *Seien* $x_1, x_2 \in E$ *s.d.* $|\vec{x_1x_2}| = 1$. *Dann gilt: für jedes* $t \in \mathbb{R}$ *ist* $F(x_1 + t\vec{x_2x_1}) = F(x_1) + t\vec{F(x_2)F(x_1)}$.
Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*
Hilfslemma 3 *Sei* $\mathcal{G}$ *eine Gerade. Für jedes* $a \in E$ *gilt:* $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.

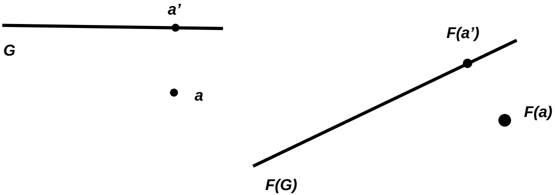


Wiederholung $F(M)$ ist die Bezeichung für das Bild der Menge M; $F(M) = \{F(m), \text{ wobei } m \in M\}$.
Beweis. Nach Lemma 31 $Proj_{\mathcal{G}}(a)$ ist der Punkt $a' \in \mathcal{G}$ so dass für jedes $a'' \in \mathcal{G}$, $a'' \neq a'$ gilt $|\vec{aa'}| < |\vec{aa''}|$. Da F Abstände erhält und die Gerade $\mathcal{G}$ in Gerade $F(\mathcal{G})$ überführt, für jedes $F(a'') \in F(\mathcal{G})$, $F(a'') \neq F(a')$ ist $|\overrightarrow{F(a)F(a')}| < |\overrightarrow{F(a)F(a'')}|$. Nach Lemma 31

Hilfslemma 2 *Seien* $x_1, x_2 \in E$ *s.d.* $|\overrightarrow{x_1 x_2}| = 1$. *Dann gilt: für jedes* $t \in \mathbb{R}$ *ist* $F(x_1 + t\overrightarrow{x_2 x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F(x_1)}$.

Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*

Hilfslemma 3 *Sei* $\mathcal{G}$ *eine Gerade. Für jedes* $a \in E$ *gilt:* $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.



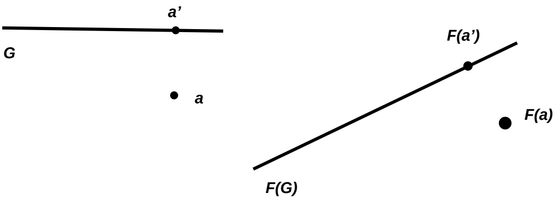
Wiederholung $F(M)$ ist die Bezeichung für das Bild der Menge M; $F(M) = \{F(m), \text{ wobei } m \in M\}$.

Beweis. Nach Lemma 31 $Proj_{\mathcal{G}}(a)$ ist der Punkt $a' \in \mathcal{G}$ so dass für jedes $a'' \in \mathcal{G}$, $a'' \neq a'$ gilt $|\overrightarrow{aa'}| < |\overrightarrow{aa''}|$. Da F Abstände erhält und die Gerade $\mathcal{G}$ in Gerade $F(\mathcal{G})$ überführt, für jedes $F(a'') \in F(\mathcal{G})$, $F(a'') \neq F(a')$ ist $|\overrightarrow{F(a)F(a')}| < |\overrightarrow{F(a)F(a'')}|$. Nach Lemma 31 ist $F(a') = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.

Hilfslemma 2 *Seien* $x_1, x_2 \in E$ *s.d.* $|\overrightarrow{x_1x_2}| = 1$. *Dann gilt: für jedes* $t \in \mathbb{R}$ *ist* $F(x_1 + t\overrightarrow{x_2x_1}) = F(x_1) + t\overrightarrow{F(x_2)F(x_1)}$.

Folgerung *Bild einer Geraden ist eine Gerade*

Hilfslemma 3 *Sei* $\mathcal{G}$ *eine Gerade. Für jedes* $a \in E$ *gilt:*
$F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.



Wiederholung $F(M)$ ist die Bezeichung für das Bild der Menge M;
$F(M) = \{F(m), \text{ wobei } m \in M\}$.

Beweis. Nach Lemma 31 $Proj_{\mathcal{G}}(a)$ ist der Punkt $a' \in \mathcal{G}$ so dass für jedes $a'' \in \mathcal{G}$, $a'' \neq a'$ gilt $|\overrightarrow{aa'}| < |\overrightarrow{aa''}|$. Da F Abstände erhält und die Gerade $\mathcal{G}$ in Gerade $F(\mathcal{G})$ überführt, für jedes $F(a'') \in F(\mathcal{G})$, $F(a'') \neq F(a')$ ist $|\overrightarrow{F(a)F(a')}| < |\overrightarrow{F(a)F(a'')}|$. Nach Lemma 31 ist
$F(a') = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$.

Beweis des Satzes.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i})$

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2$

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.
Betrachte einen Punkt $a \in E$.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.
Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.
Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor

des a

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.
Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$,

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.
Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.
Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0b_i}, \vec{b_0b_i}) = |\vec{b_0b_i}|^2 = |\vec{a_0a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0b_i}, \vec{b_0b_j}) = 0$ für $i \neq j$.

Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0a} = x_1\vec{a_0a_1} + ... + x_n\vec{a_0a_n}$. Wir zeigen:

Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.

Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:

Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.
Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:
Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.
Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.
Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.
$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:
Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.
Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade
$\mathcal{G} :=$

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.

Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:

Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.

Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade

$\mathcal{G} := \{a_0 + t\vec{a_0 a_j}$

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.

Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:

Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.

Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\vec{a_0 a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.
Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:
Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.
Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\vec{a_0 a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 2 ist deren Bild $F(\mathcal{G})$

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.

Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:

Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.

Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\vec{a_0 a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 2 ist deren Bild $F(\mathcal{G})$ die Gerade $F(\mathcal{G}) = \{b_0 + t\vec{b_0 b_j}$

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.

Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:

Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.

Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\vec{a_0 a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 2 ist deren Bild $F(\mathcal{G})$ die Gerade $F(\mathcal{G}) = \{b_0 + t\vec{b_0 b_j} \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0b_i}, \vec{b_0b_i}) = |\vec{b_0b_i}|^2 = |\vec{a_0a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0b_i}, \vec{b_0b_j}) = 0$ für $i \neq j$.

Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0a} = x_1\vec{a_0a_1} + ... + x_n\vec{a_0a_n}$. Wir zeigen:

Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0b} = x_1\vec{b_0b_1} + ... + x_n\vec{b_0b_n}$.

Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\vec{a_0a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 2 ist deren Bild $F(\mathcal{G})$ die Gerade $F(\mathcal{G}) = \{b_0 + t\vec{b_0b_j} \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 3,

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.
Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:
Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.
Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\vec{a_0 a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 2 ist deren Bild $F(\mathcal{G})$ die Gerade $F(\mathcal{G}) = \{b_0 + t\vec{b_0 b_j} \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 3, $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$,

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.
Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:
Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.
Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\vec{a_0 a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 2 ist deren Bild $F(\mathcal{G})$ die Gerade $F(\mathcal{G}) = \{b_0 + t\vec{b_0 b_j} \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 3, $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$, also $Proj_{\mathcal{G}}(a) = Proj_{F(\mathcal{G})}(b)$.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.

Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:

Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.

Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\vec{a_0 a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 2 ist deren Bild $F(\mathcal{G})$ die Gerade $F(\mathcal{G}) = \{b_0 + t\vec{b_0 b_j} \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 3, $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$, also $Proj_{\mathcal{G}}(a) = Proj_{F(\mathcal{G})}(b)$.

Nach Korollar B

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.
Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:
Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.
Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\vec{a_0 a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 2 ist deren Bild $F(\mathcal{G})$ die Gerade $F(\mathcal{G}) = \{b_0 + t\vec{b_0 b_j} \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 3, $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$, also $Proj_{\mathcal{G}}(a) = Proj_{F(\mathcal{G})}(b)$.
Nach Korollar B ist $Proj_{\mathcal{G}}(a) = a_0 + x_j \vec{a_0 a_j}$.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.

Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:

Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.

Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\vec{a_0 a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 2 ist deren Bild $F(\mathcal{G})$ die Gerade $F(\mathcal{G}) = \{b_0 + t\vec{b_0 b_j} \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 3, $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$, also $Proj_{\mathcal{G}}(a) = Proj_{F(\mathcal{G})}(b)$.

Nach Korollar B ist $Proj_{\mathcal{G}}(a) = a_0 + x_j \vec{a_0 a_j}$. Nach Hilfslemma 2 ist

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.

Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:

Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.

Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\vec{a_0 a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 2 ist deren Bild $F(\mathcal{G})$ die Gerade $F(\mathcal{G}) = \{b_0 + t\vec{b_0 b_j} \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 3, $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$, also $Proj_{\mathcal{G}}(a) = Proj_{F(\mathcal{G})}(b)$.

Nach Korollar B ist $Proj_{\mathcal{G}}(a) = a_0 + x_j \vec{a_0 a_j}$. Nach Hilfslemma 2 ist $Proj_{F(\mathcal{G})}(b) = b_0 + x_j \vec{b_0 b_j}$.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\overrightarrow{b_0b_i}, \overrightarrow{b_0b_i}) = |\overrightarrow{b_0b_i}|^2 = |\overrightarrow{a_0a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\overrightarrow{b_0b_i}, \overrightarrow{b_0b_j}) = 0$ für $i \neq j$.
Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\overrightarrow{a_0a} = x_1\overrightarrow{a_0a_1} + ... + x_n\overrightarrow{a_0a_n}$. Wir zeigen:
Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\overrightarrow{b_0b} = x_1\overrightarrow{b_0b_1} + ... + x_n\overrightarrow{b_0b_n}$.
Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\overrightarrow{a_0a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 2 ist deren Bild $F(\mathcal{G})$ die Gerade $F(\mathcal{G}) = \{b_0 + t\overrightarrow{b_0b_j} \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 3, $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$, also $Proj_{\mathcal{G}}(a) = Proj_{F(\mathcal{G})}(b)$.
Nach Korollar B ist $Proj_{\mathcal{G}}(a) = a_0 + x_j\overrightarrow{a_0a_j}$. Nach Hilfslemma 2 ist $Proj_{F(\mathcal{G})}(b) = b_0 + x_j\overrightarrow{b_0b_j}$. Also, nach Nach Korollar B

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.

Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:

Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.

Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\vec{a_0 a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 2 ist deren Bild $F(\mathcal{G})$ die Gerade $F(\mathcal{G}) = \{b_0 + t\vec{b_0 b_j} \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 3, $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$, also $Proj_{\mathcal{G}}(a) = Proj_{F(\mathcal{G})}(b)$.

Nach Korollar B ist $Proj_{\mathcal{G}}(a) = a_0 + x_j \vec{a_0 a_j}$. Nach Hilfslemma 2 ist $Proj_{F(\mathcal{G})}(b) = b_0 + x_j \vec{b_0 b_j}$. Also, nach Nach Korollar B ist die $j-$ Koordinate des Punktes a gleich x_j.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.

Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:

Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.

Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\vec{a_0 a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 2 ist deren Bild $F(\mathcal{G})$ die Gerade $F(\mathcal{G}) = \{b_0 + t\vec{b_0 b_j} \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 3, $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$, also $Proj_{\mathcal{G}}(a) = Proj_{F(\mathcal{G})}(b)$.

Nach Korollar B ist $Proj_{\mathcal{G}}(a) = a_0 + x_j \vec{a_0 a_j}$. Nach Hilfslemma 2 ist $Proj_{F(\mathcal{G})}(b) = b_0 + x_j \vec{b_0 b_j}$. Also, nach Nach Korollar B ist die $j-$ Koordinate des Punktes a gleich x_j. Also, der Koordinatenvektor des b im

Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_i}) = |\vec{b_0 b_i}|^2 = |\vec{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\vec{b_0 b_i}, \vec{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.

Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\vec{a_0 a} = x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}$. Wir zeigen:

Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\vec{b_0 b} = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.

Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\vec{a_0 a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 2 ist deren Bild $F(\mathcal{G})$ die Gerade $F(\mathcal{G}) = \{b_0 + t\vec{b_0 b_j} \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 3, $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$, also $Proj_{\mathcal{G}}(a) = Proj_{F(\mathcal{G})}(b)$.

Nach Korollar B ist $Proj_{\mathcal{G}}(a) = a_0 + x_j \vec{a_0 a_j}$. Nach Hilfslemma 2 ist $Proj_{F(\mathcal{G})}(b) = b_0 + x_j \vec{b_0 b_j}$. Also, nach Nach Korollar B ist die $j-$ Koordinate des Punktes a gleich x_j. Also, der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$.

Beweis des Satzes. Nehme ein cartesisches Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ in E. Setze $b_i = F(a_i)$. Wir zeigen: $(b_0, ..., b_n)$ ist auch ein cartesisches Koordinatensystem. Tatsächlich, $(\overrightarrow{b_0 b_i}, \overrightarrow{b_0 b_i}) = |\overrightarrow{b_0 b_i}|^2 = |\overrightarrow{a_0 a_i}|^2 = 1$, und nach Hilfslemma 1 ist $(\overrightarrow{b_0 b_i}, \overrightarrow{b_0 b_j}) = 0$ für $i \neq j$.
Betrachte einen Punkt $a \in E$. Setze $b = F(a)$. Der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, d.h.

$\overrightarrow{a_0 a} = x_1 \overrightarrow{a_0 a_1} + ... + x_n \overrightarrow{a_0 a_n}$. Wir zeigen:
Der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, also $\overrightarrow{b_0 b} = x_1 \overrightarrow{b_0 b_1} + ... + x_n \overrightarrow{b_0 b_n}$.
Nehme ein $j \in \{1, ..., n\}$ und betrachte die Gerade $\mathcal{G} := \{a_0 + t\overrightarrow{a_0 a_j} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 2 ist deren Bild $F(\mathcal{G})$ die Gerade $F(\mathcal{G}) = \{b_0 + t\overrightarrow{b_0 b_j} \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$. Nach Hilfslemma 3, $F(Proj_{\mathcal{G}}(a)) = Proj_{F(\mathcal{G})}(F(a))$, also $Proj_{\mathcal{G}}(a) = Proj_{F(\mathcal{G})}(b)$.
Nach Korollar B ist $Proj_{\mathcal{G}}(a) = a_0 + x_j \overrightarrow{a_0 a_j}$. Nach Hilfslemma 2 ist $Proj_{F(\mathcal{G})}(b) = b_0 + x_j \overrightarrow{b_0 b_j}$. Also, nach Nach Korollar B ist die $j-$ Koordinate des Punktes a gleich x_j. Also, der Koordinatenvektor des b im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ ist auch $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$.

Betrache die lineare Abbildung f,

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0 a_1}$, $\vec{a_0 a_2}$, ... , $\vec{a_0 a_n}$

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0 a_1}$, $\vec{a_0 a_2}$, ... , $\vec{a_0 a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0 b_1}$, $\vec{b_0 b_2}$, ... , $\vec{b_0 b_n}$ überführt.

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0a_1}$, $\vec{a_0a_2}$, ... , $\vec{a_0a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0b_1}$, $\vec{b_0b_2}$, ... , $\vec{b_0b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12;

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0 a_1}$, $\vec{a_0 a_2}$, ... , $\vec{a_0 a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0 b_1}$, $\vec{b_0 b_2}$, ... , $\vec{b_0 b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n})$

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0 a_1}$, $\vec{a_0 a_2}$, ... , $\vec{a_0 a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0 b_1}$, $\vec{b_0 b_2}$, ... , $\vec{b_0 b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}) = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0a_1}$, $\vec{a_0a_2}$, ... , $\vec{a_0a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0b_1}$, $\vec{b_0b_2}$, ... , $\vec{b_0b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1\vec{a_0a_1} + ... + x_n\vec{a_0a_n}) = x_1\vec{b_0b_1} + ... + x_n\vec{b_0b_n}$.
Wir zeigen:

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\overrightarrow{a_0a_1}$, $\overrightarrow{a_0a_2}$, ... , $\overrightarrow{a_0a_n}$ in Vektoren $\overrightarrow{b_0b_1}$, $\overrightarrow{b_0b_2}$, ... , $\overrightarrow{b_0b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1\overrightarrow{a_0a_1} + ... + x_n\overrightarrow{a_0a_n}) = x_1\overrightarrow{b_0b_1} + ... + x_n\overrightarrow{b_0b_n}$.
Wir zeigen: $F(a) = b_0 + f(\overrightarrow{a_0a})$.

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0 a_1}$, $\vec{a_0 a_2}$, ... , $\vec{a_0 a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0 b_1}$, $\vec{b_0 b_2}$, ... , $\vec{b_0 b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}) = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.
Wir zeigen: $F(a) = b_0 + f(\vec{a_0 a})$.
Tatsächlich,

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0a_1}$, $\vec{a_0a_2}$, ... , $\vec{a_0a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0b_1}$, $\vec{b_0b_2}$, ... , $\vec{b_0b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1\vec{a_0a_1} + ... + x_n\vec{a_0a_n}) = x_1\vec{b_0b_1} + ... + x_n\vec{b_0b_n}$.
Wir zeigen: $F(a) = b_0 + f(\vec{a_0a})$.
Tatsächlich, der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem

$(a_0, ..., a_n)$

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0a_1}$, $\vec{a_0a_2}$, ... , $\vec{a_0a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0b_1}$, $\vec{b_0b_2}$, ... , $\vec{b_0b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1\vec{a_0a_1} + ... + x_n\vec{a_0a_n}) = x_1\vec{b_0b_1} + ... + x_n\vec{b_0b_n}$.
Wir zeigen: $F(a) = b_0 + f(\vec{a_0a})$.
Tatsächlich, der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$.

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0a_1}$, $\vec{a_0a_2}$, ... , $\vec{a_0a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0b_1}$, $\vec{b_0b_2}$, ... , $\vec{b_0b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1\vec{a_0a_1} + ... + x_n\vec{a_0a_n}) = x_1\vec{b_0b_1} + ... + x_n\vec{b_0b_n}$.
Wir zeigen: $F(a) = b_0 + f(\vec{a_0a})$.
Tatsächlich, der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Wir haben bewiesen, dass der Koordinatenvektor des $b = F(a)$ im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ auch ist $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$.

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0a_1}$, $\vec{a_0a_2}$, ... , $\vec{a_0a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0b_1}$, $\vec{b_0b_2}$, ... , $\vec{b_0b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1\vec{a_0a_1} + ... + x_n\vec{a_0a_n}) = x_1\vec{b_0b_1} + ... + x_n\vec{b_0b_n}$.
Wir zeigen: $F(a) = b_0 + f(\vec{a_0a})$.
Tatsächlich, der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Wir haben bewiesen, dass der Koordinatenvektor des $b = F(a)$ im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ auch ist $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Also,

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0a_1}$, $\vec{a_0a_2}$, ... , $\vec{a_0a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0b_1}$, $\vec{b_0b_2}$, ... , $\vec{b_0b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1\vec{a_0a_1} + ... + x_n\vec{a_0a_n}) = x_1\vec{b_0b_1} + ... + x_n\vec{b_0b_n}$.
Wir zeigen: $F(a) = b_0 + f(\vec{a_0a})$.
Tatsächlich, der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Wir haben bewiesen, dass der Koordinatenvektor des $b = F(a)$ im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ auch ist $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Also, $F(a) = b_0 + x_1\vec{b_0b_1} + ... + x_n\vec{b_0b_n}$.

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0 a_1}$, $\vec{a_0 a_2}$, ... , $\vec{a_0 a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0 b_1}$, $\vec{b_0 b_2}$, ... , $\vec{b_0 b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}) = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.
Wir zeigen: $F(a) = b_0 + f(\vec{a_0 a})$.
Tatsächlich, der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Wir haben bewiesen, dass der Koordinatenvektor des $b = F(a)$ im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ auch ist $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Also, $F(a) = b_0 + x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0 a_1}$, $\vec{a_0 a_2}$, ... , $\vec{a_0 a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0 b_1}$, $\vec{b_0 b_2}$, ... , $\vec{b_0 b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}) = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.
Wir zeigen: $F(a) = b_0 + f(\vec{a_0 a})$.
Tatsächlich, der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Wir haben bewiesen, dass der Koordinatenvektor des $b = F(a)$ im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ auch ist $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Also, $F(a) = b_0 + x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.
Also, F ist eine affine Abbildung.

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\overrightarrow{a_0a_1}$, $\overrightarrow{a_0a_2}$, ... , $\overrightarrow{a_0a_n}$ in Vektoren $\overrightarrow{b_0b_1}$, $\overrightarrow{b_0b_2}$, ... , $\overrightarrow{b_0b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1\overrightarrow{a_0a_1} + ... + x_n\overrightarrow{a_0a_n}) = x_1\overrightarrow{b_0b_1} + ... + x_n\overrightarrow{b_0b_n}$.
Wir zeigen: $F(a) = b_0 + f(\overrightarrow{a_0a})$.
Tatsächlich, der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Wir haben bewiesen, dass der Koordinatenvektor des $b = F(a)$ im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ auch ist $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Also, $F(a) = b_0 + x_1\overrightarrow{b_0b_1} + ... + x_n\overrightarrow{b_0b_n}$.
Also, F ist eine affine Abbildung. Da f die Längen der Vektoren erhält, ist f orthogonal.

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0 a_1}$, $\vec{a_0 a_2}$, ... , $\vec{a_0 a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0 b_1}$, $\vec{b_0 b_2}$, ... , $\vec{b_0 b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}) = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.
Wir zeigen: $F(a) = b_0 + f(\vec{a_0 a})$.
Tatsächlich, der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Wir haben bewiesen, dass der Koordinatenvektor des $b = F(a)$ im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ auch ist $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Also, $F(a) = b_0 + x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.
Also, F ist eine affine Abbildung. Da f die Längen der Vektoren erhält, ist f orthogonal. Also, F ist wie im HauptBsp.

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0a_1}$, $\vec{a_0a_2}$, ... , $\vec{a_0a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0b_1}$, $\vec{b_0b_2}$, ... , $\vec{b_0b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1\vec{a_0a_1} + ... + x_n\vec{a_0a_n}) = x_1\vec{b_0b_1} + ... + x_n\vec{b_0b_n}$.
Wir zeigen: $F(a) = b_0 + f(\vec{a_0a})$.
Tatsächlich, der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Wir haben bewiesen, dass der Koordinatenvektor des $b = F(a)$ im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ auch ist $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Also, $F(a) = b_0 + x_1\vec{b_0b_1} + ... + x_n\vec{b_0b_n}$.
Also, F ist eine affine Abbildung. Da f die Längen der Vektoren erhält, ist f orthogonal. Also, F ist wie im HauptBsp. $\square$

Betrache die lineare Abbildung f, die die Vektoren $\vec{a_0 a_1}$, $\vec{a_0 a_2}$, ... , $\vec{a_0 a_n}$ in Vektoren $\vec{b_0 b_1}$, $\vec{b_0 b_2}$, ... , $\vec{b_0 b_n}$ überführt.
Solche lineare Abbildung existiert nach Lemma 12; sie ist gegeben durch
$f(x_1 \vec{a_0 a_1} + ... + x_n \vec{a_0 a_n}) = x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.
Wir zeigen: $F(a) = b_0 + f(\vec{a_0 a})$.
Tatsächlich, der Koordinatenvektor des a im Koordinatensystem $(a_0, ..., a_n)$ sei $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Wir haben bewiesen, dass der Koordinatenvektor des $b = F(a)$ im Koordinatensystem $(b_0, ..., b_n)$ auch ist $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Also, $F(a) = b_0 + x_1 \vec{b_0 b_1} + ... + x_n \vec{b_0 b_n}$.
Also, F ist eine affine Abbildung. Da f die Längen der Vektoren erhält, ist f orthogonal. Also, F ist wie im HauptBsp. $\square$

Geometrie der E_2: zwei Wege, eine Gerade zu bestimmen.

Geometrie der E_2: zwei Wege, eine Gerade zu bestimmen.

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Geometrie der E_2: zwei Wege, eine Gerade zu bestimmen.

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Weg 1.

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Weg 1. Parameterdarstellung:

Geometrie der E_2: zwei Wege, eine Gerade zu bestimmen.

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.
Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

Geometrie der E_2: zwei Wege, eine Gerade zu bestimmen.

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

In E_2:

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

In E_2: $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

In E_2: $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

In E_2: $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Nach Definition 33

Geometrie der E_2: zwei Wege, eine Gerade zu bestimmen.

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

In E_2: $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Nach Definition 33 sind zwei Geraden

$\mathcal{G}_1 = \{a_1 + tv_1 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$

Geometrie der E_2: zwei Wege, eine Gerade zu bestimmen.

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

In E_2: $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Nach Definition 33 sind zwei Geraden

$\mathcal{G}_1 = \{a_1 + tv_1 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$ und $\mathcal{G}_2 = \{a_2 + tv_2 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.
Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \ \ \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$.
In E_2: $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \ \ \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.
Nach Definition 33 sind zwei Geraden
$\mathcal{G}_1 = \{a_1 + tv_1 \ \ \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$ und $\mathcal{G}_2 = \{a_2 + tv_2 \ \ \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$
parallel,

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

In E_2: $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Nach Definition 33 sind zwei Geraden

$\mathcal{G}_1 = \{a_1 + tv_1 \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$ und $\mathcal{G}_2 = \{a_2 + tv_2 \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R}\}$

parallel, falls deren Untervektorräume

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

In E_2: $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Nach Definition 33 sind zwei Geraden
$\mathcal{G}_1 = \{a_1 + tv_1 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$ und $\mathcal{G}_2 = \{a_2 + tv_2 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$
parallel, falls deren Untervektorräume $V_{\mathcal{G}_1} = span(v_1)$

Geometrie der E_2: zwei Wege, eine Gerade zu bestimmen.

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

In E_2: $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Nach Definition 33 sind zwei Geraden
$\mathcal{G}_1 = \{a_1 + tv_1 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$ und $\mathcal{G}_2 = \{a_2 + tv_2 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$
parallel, falls deren Untervektorräume $V_{\mathcal{G}_1} = span(v_1)$ und $V_{\mathcal{G}_2} = span(v_2)$ gleich sind,

Geometrie der E_2: zwei Wege, eine Gerade zu bestimmen.

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

In E_2: $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Nach Definition 33 sind zwei Geraden

$\mathcal{G}_1 = \{a_1 + tv_1 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$ und $\mathcal{G}_2 = \{a_2 + tv_2 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$

parallel, falls deren Untervektorräume $V_{\mathcal{G}_1} = span(v_1)$ und $V_{\mathcal{G}_2} = span(v_2)$ gleich sind, also falls $\{v_1, v_2\}$ linear abhängig ist.

Geometrie der E_2: zwei Wege, eine Gerade zu bestimmen.

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

In E_2: $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Nach Definition 33 sind zwei Geraden
$\mathcal{G}_1 = \{a_1 + tv_1 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$ und $\mathcal{G}_2 = \{a_2 + tv_2 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$
parallel, falls deren Untervektorräume $V_{\mathcal{G}_1} = span(v_1)$ und $V_{\mathcal{G}_2} = span(v_2)$ gleich sind, also falls $\{v_1, v_2\}$ linear abhängig ist.
Nach Definition ist jede Gerade zu sich selbst parallel.

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

In E_2: $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Nach Definition 33 sind zwei Geraden $\mathcal{G}_1 = \{a_1 + tv_1 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$ und $\mathcal{G}_2 = \{a_2 + tv_2 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$ parallel, falls deren Untervektorräume $V_{\mathcal{G}_1} = span(v_1)$ und $V_{\mathcal{G}_2} = span(v_2)$ gleich sind, also falls $\{v_1, v_2\}$ linear abhängig ist.

Nach Definition ist jede Gerade zu sich selbst parallel. Aus Lemma 26 folgt,

Geometrie der E_2: zwei Wege, eine Gerade zu bestimmen.

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.
Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$.
In E_2: $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.
Nach Definition 33 sind zwei Geraden
$\mathcal{G}_1 = \{a_1 + tv_1 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$ und $\mathcal{G}_2 = \{a_2 + tv_2 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$ parallel, falls deren Untervektorräume $V_{\mathcal{G}_1} = span(v_1)$ und $V_{\mathcal{G}_2} = span(v_2)$ gleich sind, also falls $\{v_1, v_2\}$ linear abhängig ist.
Nach Definition ist jede Gerade zu sich selbst parallel. Aus Lemma 26 folgt, dass zwei verschiedene Gerade auf E_2

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.
Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$.
In E_2: $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.
Nach Definition 33 sind zwei Geraden
$\mathcal{G}_1 = \{a_1 + tv_1 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$ und $\mathcal{G}_2 = \{a_2 + tv_2 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$
parallel, falls deren Untervektorräume $V_{\mathcal{G}_1} = span(v_1)$ und $V_{\mathcal{G}_2} = span(v_2)$ gleich sind, also falls $\{v_1, v_2\}$ linear abhängig ist.
Nach Definition ist jede Gerade zu sich selbst parallel. Aus Lemma 26 folgt, dass zwei verschiedene Gerade auf E_2 genau dann keine Schnittpunkte haben,

Wiederholung: Gerade ist ein eindimensionaler affiner Unterraum.

Weg 1. Parameterdarstellung: $\mathcal{G} = \{a + tv \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$.

In E_2: $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Nach Definition 33 sind zwei Geraden $\mathcal{G}_1 = \{a_1 + tv_1 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$ und $\mathcal{G}_2 = \{a_2 + tv_2 \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R}\}$ parallel, falls deren Untervektorräume $V_{\mathcal{G}_1} = span(v_1)$ und $V_{\mathcal{G}_2} = span(v_2)$ gleich sind, also falls $\{v_1, v_2\}$ linear abhängig ist. Nach Definition ist jede Gerade zu sich selbst parallel. Aus Lemma 26 folgt, dass zwei verschiedene Gerade auf E_2 genau dann keine Schnittpunkte haben, wenn sie parallel sind.

Weg 2.

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \ \text{so dass } ax + by = c \right\},$

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems.

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems. Wir zeigen:

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$,

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$,

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$. Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade.

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$. Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$.

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c$

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$. Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies$

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$. Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$,

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$. Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die

Lösungmenge ist

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$. Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix} \right)$,

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$. Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c - by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$. Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c - by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \binom{\frac{c}{a}}{0} + t \begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$. Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \binom{\frac{c}{a}}{0} + t\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$. Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\binom{-b}{a}$ ersetzen,

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$. Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \binom{\frac{c}{a}}{0} + t \begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\binom{-b}{a}$ ersetzen,

$\mathcal{G} =$

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$. Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\binom{-b}{a}$ ersetzen,
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \binom{-b}{a}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$. Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c - by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ ersetzen,

$$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\},$$

Falls $b \neq 0$,

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$. Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c - by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ ersetzen,

$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,

Falls $b \neq 0$, in ähnlicher Weise bekommen wir

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$. Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ ersetzen,
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,

Falls $b \neq 0$, in ähnlicher Weise bekommen wir
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{c}{b} \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ ersetzen,
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,

Falls $b \neq 0$, in ähnlicher Weise bekommen wir
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{c}{b} \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Also, die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$**.**

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ ersetzen,
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,

Falls $b \neq 0$, in ähnlicher Weise bekommen wir
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{c}{b} \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Also, die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$**.**

Wir zeigen: jede Gerade kann man als die Lösungmenge einer Gleichung $ax + by = c$,

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\binom{-b}{a}$ ersetzen,
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \binom{-b}{a}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,

Falls $b \neq 0$, in ähnlicher Weise bekommen wir
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{c}{b} \end{pmatrix} + t \binom{-b}{a}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Also, die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\binom{-b}{a} \right)$**.**

Wir zeigen: jede Gerade kann man als die Lösungmenge einer Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$ darstellen.

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \binom{\frac{c}{a}}{0} + t \binom{-\frac{b}{a}}{1}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\binom{-\frac{b}{a}}{1}$ mit dem proportionalen Vektor $\binom{-b}{a}$ ersetzen,
$\mathcal{G} = \left\{ \binom{\frac{c}{a}}{0} + t \binom{-b}{a}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,
Falls $b \neq 0$, in ähnlicher Weise bekommen wir
$\mathcal{G} = \left\{ \binom{0}{\frac{c}{b}} + t \binom{-b}{a}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.
Also, die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\binom{-b}{a} \right)$**.**
Wir zeigen: jede Gerade kann man als die Lösungmenge einer Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$ darstellen. Tatsächlich, jeder Punkt der Gerade $\mathcal{G} = \left\{ \binom{a_1}{a_2} + t \binom{v_1}{v_2} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\binom{-b}{a}$ ersetzen,
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,

Falls $b \neq 0$, in ähnlicher Weise bekommen wir
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{c}{b} \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Also, die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\binom{-b}{a} \right)$**.**

Wir zeigen: jede Gerade kann man als die Lösungmenge einer Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$ darstellen. Tatsächlich, jeder Punkt der Gerade $\mathcal{G} = \left\{ \binom{a_1}{a_2} + t\binom{v_1}{v_2} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ ist die Lösung der Gleichung $\underbrace{-v_2}_{a} x + \underbrace{v_1}_{b} y + \underbrace{v_2 a_1 - v_1 a_2}_{c} = 0$:

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ ersetzen,
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,

Falls $b \neq 0$, in ähnlicher Weise bekommen wir
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{c}{b} \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Also, die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ (wobei $(a, b) \neq (0, 0)$ ist eine Gerade über $span\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$.

Wir zeigen: jede Gerade kann man als die Lösungmenge einer Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$ darstellen. Tatsächlich, jeder Punkt der Gerade $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ ist die Lösung der Gleichung $\underbrace{-v_2}_{a} x + \underbrace{v_1}_{b} y + \underbrace{v_2 a_1 - v_1 a_2}_{c} = 0$: $(*)$

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ ersetzen,

$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,

Falls $b \neq 0$, in ähnlicher Weise bekommen wir

$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{c}{b} \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Also, die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ (wobei $(a, b) \neq (0, 0)$ ist eine Gerade über $span\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$.

Wir zeigen: jede Gerade kann man als die Lösungmenge einer Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$ darstellen. Tatsächlich, jeder Punkt der Gerade $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ ist die Lösung der Gleichung $\underbrace{-v_2}_{a} x + \underbrace{v_1}_{b} y + \underbrace{v_2 a_1 - v_1 a_2}_{c} = 0$: $\quad (*)$

falls wir

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ ersetzen,
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,

Falls $b \neq 0$, in ähnlicher Weise bekommen wir
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{c}{b} \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Also, die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ (wobei $(a, b) \neq (0, 0)$ ist eine Gerade über $span\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$.

Wir zeigen: jede Gerade kann man als die Lösungmenge einer Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$ darstellen. Tatsächlich, jeder Punkt der Gerade $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ ist die Lösung der Gleichung $\underbrace{-v_2}_{a} x + \underbrace{v_1}_{b} y + \underbrace{v_2 a_1 - v_1 a_2}_{c} = 0$: $\quad (*)$
falls wir $x = a_1 + v_1 t$ und $y = a_2 + v_2 t$

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ ersetzen,
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,

Falls $b \neq 0$, in ähnlicher Weise bekommen wir
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{c}{b} \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Also, die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$**.**

Wir zeigen: jede Gerade kann man als die Lösungmenge einer Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$ darstellen. Tatsächlich, jeder Punkt der Gerade $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ ist die Lösung der Gleichung $\underbrace{-v_2}_{a} x + \underbrace{v_1}_{b} y + \underbrace{v_2 a_1 - v_1 a_2}_{c} = 0$: $(*)$

falls wir $x = a_1 + v_1 t$ und $y = a_2 + v_2 t$ einsetzen, bekommen wir

Weg 2. $\mathcal{G}=\left\{\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\ \text{so dass } ax+by=c\right\}$, wobei $a\neq 0$ oder $b\neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax+by=c$, wobei $a\neq 0$ oder $b\neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a\neq 0$. Dann $ax+by=c \implies x=\frac{c-by}{a}=\frac{c}{a}-\frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{\begin{pmatrix}\frac{c}{a}\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-\frac{b}{a}\\1\end{pmatrix},\ \text{wobei } t\in\mathbb{R}\right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix}-\frac{b}{a}\\1\end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ ersetzen,
$\mathcal{G}=\left\{\begin{pmatrix}\frac{c}{a}\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix},\ \text{wobei } t\in\mathbb{R}\right\}$,

Falls $b\neq 0$, in ähnlicher Weise bekommen wir
$\mathcal{G}=\left\{\begin{pmatrix}0\\\frac{c}{b}\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix},\ \text{wobei } t\in\mathbb{R}\right\}$.

Also, die Lösungsmenge der Gleichung $ax+by=c$ **(wobei** $(a,b)\neq(0,0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}\right)$**.**

Wir zeigen: jede Gerade kann man als die Lösungmenge einer Gleichung $ax+by=c$, wobei $a\neq 0$ oder $b\neq 0$ darstellen. Tatsächlich, jeder Punkt der Gerade $\mathcal{G}=\left\{\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}v_1\\v_2\end{pmatrix}\ \text{wobei } t\in\mathbb{R}\right\}$ ist die Lösung der Gleichung

$$\underbrace{-v_2}_{a}x+\underbrace{v_1}_{b}y+\underbrace{v_2a_1-v_1a_2}_{c}=0: \qquad (*)$$

falls wir $x=a_1+v_1t$ und $y=a_2+v_2t$ einsetzen, bekommen wir
$-v_2(a_1+v_1t)+v_1(a_2+v_2t)+v_2a_1-v_1a_2$

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c - by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\begin{pmatrix} -\frac{b}{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ mit dem proportionalen Vektor $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ ersetzen,
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{c}{a} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,

Falls $b \neq 0$, in ähnlicher Weise bekommen wir
$\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{c}{b} \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Also, die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$**.**

Wir zeigen: jede Gerade kann man als die Lösungmenge einer Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$ darstellen. Tatsächlich, jeder Punkt der Gerade $\mathcal{G} = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ ist die Lösung der Gleichung $\underbrace{-v_2}_{a} x + \underbrace{v_1}_{b} y + \underbrace{v_2 a_1 - v_1 a_2}_{c} = 0$: $\qquad (*)$

falls wir $x = a_1 + v_1 t$ und $y = a_2 + v_2 t$ einsetzen, bekommen wir
$-v_2(a_1 + v_1 t) + v_1(a_2 + v_2 t) + v_2 a_1 - v_1 a_2 = 0.$

Weg 2. $\mathcal{G} = \left\{ \binom{x}{y} \text{ so dass } ax + by = c \right\}$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$.
Tatsächlich, nach Satz 26 ist jeder Unterraum die Lösungsmenge eines linearen Gleichungsystems. Wir zeigen: die Lösungmenge der Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$, ist eine Gerade. Angenommen, $a \neq 0$. Dann $ax + by = c \implies x = \frac{c-by}{a} = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$, d.h. die Lösungmenge ist $\left\{ \binom{\frac{c}{a}}{0} + t\binom{-\frac{b}{a}}{1}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$, oder, falls wir den Vektor $\binom{-\frac{b}{a}}{1}$ mit dem proportionalen Vektor $\binom{-b}{a}$ ersetzen,
$\mathcal{G} = \left\{ \binom{\frac{c}{a}}{0} + t\binom{-b}{a}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$,

Falls $b \neq 0$, in ähnlicher Weise bekommen wir
$\mathcal{G} = \left\{ \binom{0}{\frac{c}{b}} + t\binom{-b}{a}, \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Also, die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\binom{-b}{a} \right)$**.**

Wir zeigen: jede Gerade kann man als die Lösungmenge einer Gleichung $ax + by = c$, wobei $a \neq 0$ oder $b \neq 0$ darstellen. Tatsächlich, jeder Punkt der Gerade $\mathcal{G} = \left\{ \binom{a_1}{a_2} + t\binom{v_1}{v_2} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ ist die Lösung der Gleichung

$$\underbrace{-v_2}_{a} x + \underbrace{v_1}_{b} y + \underbrace{v_2 a_1 - v_1 a_2}_{c} = 0 : \qquad (*)$$

falls wir $x = a_1 + v_1 t$ und $y = a_2 + v_2 t$ einsetzen, bekommen wir
$-v_2(a_1 + v_1 t) + v_1(a_2 + v_2 t) + v_2 a_1 - v_1 a_2 = 0.$

Geometrische Bedeutung der

Geometrische Bedeutung der

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\left(\begin{smallmatrix} -b \\ a \end{smallmatrix}\right)\right)$**.**

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\binom{-b}{a} \right)$**.**

Die Gleichung $ax + by = c$ kann man wie folgt schreiben:

Geometrische Bedeutung der

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$**.**

Die Gleichung $ax + by = c$ kann man wie folgt schreiben:

$$\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) = c.$$

Geometrische Bedeutung der

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$**.**

Die Gleichung $ax + by = c$ kann man wie folgt schreiben:

$\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) = c$. Da $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$

Geometrische Bedeutung der

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$**.**

Die Gleichung $ax + by = c$ kann man wie folgt schreiben:
$\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) = c$. Da $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}\right)$**.**

Die Gleichung $ax + by = c$ kann man wie folgt schreiben: $\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}\right) = c$. Da $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ orthogonal sind,

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\left(\begin{smallmatrix} -b \\ a \end{smallmatrix}\right)\right)$**.**

Die Gleichung $ax + by = c$ kann man wie folgt schreiben: $\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) = c$. Da $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ orthogonal sind, ist für jede Lösung $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** *span* $\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$**.**

Die Gleichung $ax + by = c$ kann man wie folgt schreiben: $\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) = c$. Da $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ orthogonal sind, ist für jede Lösung $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ der Gleichung und für jedes $t \in \mathbb{R}$

Geometrische Bedeutung der

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\left(\begin{smallmatrix} -b \\ a \end{smallmatrix}\right)\right)$**.**

Die Gleichung $ax + by = c$ kann man wie folgt schreiben:
$\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}\right) = c$. Da $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ orthogonal sind, ist für jede Lösung $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ der Gleichung und für jedes $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$$

Geometrische Bedeutung der

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$**.**

Die Gleichung $ax + by = c$ kann man wie folgt schreiben: $\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) = c$. Da $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ orthogonal sind, ist für jede Lösung $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ der Gleichung und für jedes $t \in \mathbb{R}$ $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ auch eine Lösung.

Tatsächlich, $\left(\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \right.$

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** *span* $\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$**.**

Die Gleichung $ax + by = c$ kann man wie folgt schreiben:
$\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) = c$. Da $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ orthogonal sind, ist für jede Lösung $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ der Gleichung und für jedes $t \in \mathbb{R}$ $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ auch eine Lösung.

Tatsächlich, $\left(\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right)$

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** *span* $\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$**.**

Die Gleichung $ax + by = c$ kann man wie folgt schreiben:

$\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) = c$. Da $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ orthogonal sind, ist für jede Lösung $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ der Gleichung und für jedes $t \in \mathbb{R}$

$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ auch eine Lösung.

Tatsächlich, $\left(\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) \overset{\text{Linearität}}{=}$

Geometrische Bedeutung der

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** $span\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$**.**

Die Gleichung $ax + by = c$ kann man wie folgt schreiben: $\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) = c$. Da $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ orthogonal sind, ist für jede Lösung $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ der Gleichung und für jedes $t \in \mathbb{R}$ $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ auch eine Lösung.

Tatsächlich, $\left(\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) \overset{\text{Linearität}}{=} \left(\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right)$

Geometrische Bedeutung der

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** *span* $\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$**.**

Die Gleichung $ax + by = c$ kann man wie folgt schreiben:

$\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) = c$. Da $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ orthogonal sind, ist für jede Lösung $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ der Gleichung und für jedes $t \in \mathbb{R}$

$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ auch eine Lösung.

Tatsächlich, $\left(\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) \overset{\text{Linearität}}{=}$

$\left(\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) + t \left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) =$

Geometrische Bedeutung der

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** *span* $\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$**.**

Die Gleichung $ax + by = c$ kann man wie folgt schreiben:

$\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) = c$. Da $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ orthogonal sind, ist für jede Lösung $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ der Gleichung und für jedes $t \in \mathbb{R}$ $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ auch eine Lösung.

Tatsächlich, $\left(\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) \overset{\text{Linearität}}{=}$

$$\left(\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) + t \left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) = c + 0$$

Die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$ **(wobei** $(a, b) \neq (0, 0)$ **ist eine Gerade über** *span* $\left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \right)$**.**

Die Gleichung $ax + by = c$ kann man wie folgt schreiben: $\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) = c$. Da $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ orthogonal sind, ist für jede Lösung $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ der Gleichung und für jedes $t \in \mathbb{R}$ $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ auch eine Lösung.

Tatsächlich, $\left(\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) \overset{\text{Linearität}}{=}$

$$\left(\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) + t \left(\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right) = c + 0 = c.$$

Hessische Normalform der Gleichung der Geraden

Hessische Normalform der Gleichung der Geraden

Gerade $\mathcal{G}$ sei die

Hessische Normalform der Gleichung der Geraden

Gerade $\mathcal{G}$ sei die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$.

Hessische Normalform der Gleichung der Geraden

Gerade $\mathcal{G}$ sei die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$. Dann ist sie auch die Lösungsmenge der Gleichung

Hessische Normalform der Gleichung der Geraden

Gerade $\mathcal{G}$ sei die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$. Dann ist sie auch die Lösungsmenge der Gleichung $\lambda ax + \lambda by = \lambda c$, wobei $\lambda \neq 0$.
Falls $a^2 + b^2 = 1$,

Hessische Normalform der Gleichung der Geraden

Gerade $\mathcal{G}$ sei die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$. Dann ist sie auch die Lösungsmenge der Gleichung $\lambda ax + \lambda by = \lambda c$, wobei $\lambda \neq 0$.
Falls $a^2 + b^2 = 1$, ist die Gleichung in der Hessischen Normalform.
Man kann die Gleichung jeder Geraden in die Hessische Normalform bringen:

Hessische Normalform der Gleichung der Geraden

Gerade $\mathcal{G}$ sei die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$. Dann ist sie auch die Lösungsmenge der Gleichung $\lambda ax + \lambda by = \lambda c$, wobei $\lambda \neq 0$.
Falls $a^2 + b^2 = 1$, ist die Gleichung in der Hessischen Normalform.
Man kann die Gleichung jeder Geraden in die Hessische Normalform bringen: Tatsächlich, die Lösungsmengen der Gleichungen
$ax + by = c$ und

Hessische Normalform der Gleichung der Geraden

Gerade $\mathcal{G}$ sei die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$. Dann ist sie auch die Lösungsmenge der Gleichung $\lambda ax + \lambda by = \lambda c$, wobei $\lambda \neq 0$.
Falls $a^2 + b^2 = 1$, ist die Gleichung in der Hessischen Normalform.
Man kann die Gleichung jeder Geraden in die Hessische Normalform bringen: Tatsächlich, die Lösungsmengen der Gleichungen
$ax + by = c$ und $\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}y = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Hessische Normalform der Gleichung der Geraden

Gerade $\mathcal{G}$ sei die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$. Dann ist sie auch die Lösungsmenge der Gleichung $\lambda ax + \lambda by = \lambda c$, wobei $\lambda \neq 0$.
Falls $a^2 + b^2 = 1$, ist die Gleichung in der Hessischen Normalform.
Man kann die Gleichung jeder Geraden in die Hessische Normalform bringen: Tatsächlich, die Lösungsmengen der Gleichungen $ax + by = c$ und $\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}y = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$ sind dieselbe Gerade,

Hessische Normalform der Gleichung der Geraden

Gerade $\mathcal{G}$ sei die Lösungsmenge der Gleichung $ax + by = c$. Dann ist sie auch die Lösungsmenge der Gleichung $\lambda ax + \lambda by = \lambda c$, wobei $\lambda \neq 0$.
Falls $a^2 + b^2 = 1$, ist die Gleichung in der Hessischen Normalform.
Man kann die Gleichung jeder Geraden in die Hessische Normalform bringen: Tatsächlich, die Lösungsmengen der Gleichungen $ax + by = c$ und $\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}y = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$ sind dieselbe Gerade, und die 2-te Gleichung ist in der Hessischen Normalform.

Frage

Frage *Wann sind zwei Geraden*

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \right.$$

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1 x + b_1 y = c_1 \right\}\ \textit{und}$$

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2 x + b_2 y = c_2 \right\}$$

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1 x + b_1 y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2 x + b_2 y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1 x + b_1 y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2 x + b_2 y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so \ dass \ a_1 x + b_1 y = c_1 \right\} \ \textit{und}$$

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so \ dass \ a_2 x + b_2 y = c_2 \right\} \textit{parallel?}$$

Antwort Wenn die Determinante $det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1 x + b_1 y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2 x + b_2 y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich,

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1x + b_1y = c_1 \right\}\ \textit{und}$$

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2x + b_2y = c_2 \right\}\ \textit{parallel?}$$

Antwort Wenn die Determinante $det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist $det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0,$

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1x + b_1y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2x + b_2y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1 x + b_1 y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2 x + b_2 y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$

linear abhängig

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1 x + b_1 y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2 x + b_2 y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$

linear abhängig (Satz 14),

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1 x + b_1 y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2 x + b_2 y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante $\mathit{det} \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist $\mathit{det} \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1x + b_1y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2x + b_2y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$.

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1x + b_1y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2x + b_2y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$. Dann besteht der Durchschnitt der Geraden aus der Lösungen des Systems

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1x + b_1y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2x + b_2y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$. Dann besteht der Durchschnitt der Geraden aus der Lösungen des Systems

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ \lambda a_1x + \lambda b_1y = c_2 \end{cases}$$

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1x + b_1y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2x + b_2y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$. Dann besteht der Durchschnitt der Geraden aus der Lösungen des Systems

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ \lambda a_1x + \lambda b_1y = c_2 \end{cases}$$

Falls $\lambda c_1 \neq c_2$,

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1x + b_1y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2x + b_2y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante $det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist $det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$. Dann besteht der Durchschnitt der Geraden aus der Lösungen des Systems

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ \lambda a_1x + \lambda b_1y = c_2 \end{cases}$$

Falls $\lambda c_1 \neq c_2$, hat das System keine Lösungen,

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1 x + b_1 y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2 x + b_2 y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$. Dann besteht der Durchschnitt der Geraden aus der Lösungen des Systems

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ \lambda a_1 x + \lambda b_1 y = c_2 \end{cases}$$

Falls $\lambda c_1 \neq c_2$, hat das System keine Lösungen, also die Gerade sind parallel (Satz 26).

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \textit{so dass } a_1x + b_1y = c_1 \right\} \textit{ und}$$

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \textit{so dass } a_2x + b_2y = c_2 \right\} \textit{parallel?}$$

Antwort Wenn die Determinante $det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist $det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$. Dann besteht der Durchschnitt der Geraden aus der Lösungen des Systems

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ \lambda a_1x + \lambda b_1y = c_2 \end{cases}$$

Falls $\lambda c_1 \neq c_2$, hat das System keine Lösungen, also die Gerade sind parallel (Satz 26). Falls $\lambda c_1 = c_2$,

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1 x + b_1 y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2 x + b_2 y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$. Dann besteht der Durchschnitt der Geraden aus der Lösungen des Systems

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ \lambda a_1 x + \lambda b_1 y = c_2 \end{cases}$$

Falls $\lambda c_1 \neq c_2$, hat das System keine Lösungen, also die Gerade sind parallel (Satz 26). Falls $\lambda c_1 = c_2$, dann sind die Geraden gleich.

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1x + b_1y = c_1 \right\}$ *und*

$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2x + b_2y = c_2 \right\}$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$. Dann besteht der Durchschnitt der Geraden aus der Lösungen des Systems

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ \lambda a_1x + \lambda b_1y = c_2 \end{cases}$$

Falls $\lambda c_1 \neq c_2$, hat das System keine Lösungen, also die Gerade sind parallel (Satz 26). Falls $\lambda c_1 = c_2$, dann sind die Geraden gleich.
In andere richtung:

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1 x + b_1 y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2 x + b_2 y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$. Dann besteht der Durchschnitt der Geraden aus der Lösungen des Systems

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ \lambda a_1 x + \lambda b_1 y = c_2 \end{cases}$$

Falls $\lambda c_1 \neq c_2$, hat das System keine Lösungen, also die Gerade sind parallel (Satz 26). Falls $\lambda c_1 = c_2$, dann sind die Geraden gleich.
In andere richtung: Sind die Gerade Parallel,

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1 x + b_1 y = c_1 \right\} \text{ und}$$

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2 x + b_2 y = c_2 \right\} \text{ parallel?}$$

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$. Dann besteht der Durchschnitt der Geraden aus der Lösungen des Systems

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ \lambda a_1 x + \lambda b_1 y = c_2 \end{cases}$$

Falls $\lambda c_1 \neq c_2$, hat das System keine Lösungen, also die Gerade sind parallel (Satz 26). Falls $\lambda c_1 = c_2$, dann sind die Geraden gleich.
In andere richtung: Sind die Gerade Parallel, so sind die Vektoren

$\begin{pmatrix} -b_1 \\ a_1 \end{pmatrix}$

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1x + b_1y = c_1 \right\}$$ *und*

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2x + b_2y = c_2 \right\}$$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$. Dann besteht der Durchschnitt der Geraden aus der Lösungen des Systems

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ \lambda a_1x + \lambda b_1y = c_2 \end{cases}$$

Falls $\lambda c_1 \neq c_2$, hat das System keine Lösungen, also die Gerade sind parallel (Satz 26). Falls $\lambda c_1 = c_2$, dann sind die Geraden gleich.
In andere richtung: Sind die Gerade Parallel, so sind die Vektoren

$\binom{-b_1}{a_1}$ und $\binom{-b_2}{a_2}$

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \textit{so dass } a_1x + b_1y = c_1 \right\} \textit{ und}$$

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \textit{so dass } a_2x + b_2y = c_2 \right\} \textit{parallel?}$$

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$. Dann besteht der Durchschnitt der Geraden aus der Lösungen des Systems

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ \lambda a_1x + \lambda b_1y = c_2 \end{cases}$$

Falls $\lambda c_1 \neq c_2$, hat das System keine Lösungen, also die Gerade sind parallel (Satz 26). Falls $\lambda c_1 = c_2$, dann sind die Geraden gleich.
In andere richtung: Sind die Gerade Parallel, so sind die Vektoren

$\binom{-b_1}{a_1}$ und $\binom{-b_2}{a_2}$ proportional,

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1x + b_1y = c_1 \right\} \textit{ und}$$

$$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2x + b_2y = c_2 \right\} \textit{ parallel?}$$

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$. Dann besteht der Durchschnitt der Geraden aus der Lösungen des Systems

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ \lambda a_1x + \lambda b_1y = c_2 \end{cases}$$

Falls $\lambda c_1 \neq c_2$, hat das System keine Lösungen, also die Gerade sind parallel (Satz 26). Falls $\lambda c_1 = c_2$, dann sind die Geraden gleich.
In andere richtung: Sind die Gerade Parallel, so sind die Vektoren $\binom{-b_1}{a_1}$ und $\binom{-b_2}{a_2}$ proportional, also *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$.

Frage *Wann sind zwei Geraden*

$\mathcal{G}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad so\ dass\ a_1 x + b_1 y = c_1 \right\}$ *und*

$\mathcal{G}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad so\ dass\ a_2 x + b_2 y = c_2 \right\}$ *parallel?*

Antwort Wenn die Determinante *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ gleich 0 ist.

Tatsächlich, ist *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$, so sind die Vektoren $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$ linear abhängig (Satz 14), also $\lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$. Dann besteht der Durchschnitt der Geraden aus der Lösungen des Systems

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ \lambda a_1 x + \lambda b_1 y = c_2 \end{cases}$$

Falls $\lambda c_1 \neq c_2$, hat das System keine Lösungen, also die Gerade sind parallel (Satz 26). Falls $\lambda c_1 = c_2$, dann sind die Geraden gleich.
In andere richtung: Sind die Gerade Parallel, so sind die Vektoren $\binom{-b_1}{a_1}$ und $\binom{-b_2}{a_2}$ proportional, also *det* $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$.

Seien $P \neq Q \in E_2$.

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält,

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar

$$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$$

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar
$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte.

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar
$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben,

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar
$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar

$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form

$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \right.$

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar
$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form
$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$.

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar
$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form
$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar

$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form

$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung

$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0,$

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar

$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form

$\left\{ \left(\begin{smallmatrix} p_1 \\ p_2 \end{smallmatrix}\right) + t \left(\begin{smallmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{smallmatrix}\right) \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung

$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar

$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \ \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form

$\left\{ \left(\begin{smallmatrix} p_1 \\ p_2 \end{smallmatrix}\right) + t\left(\begin{smallmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{smallmatrix}\right) \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung

$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung $(q_2 - p_2)(p_1 - x) - (q_1 - p_1)(p_2 - y) = 0$,

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar
$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form
$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung
$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung $(q_2 - p_2)(p_1 - x) - (q_1 - p_1)(p_2 - y) = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar

$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \ \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form

$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung

$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung $(q_2 - p_2)(p_1 - x) - (q_1 - p_1)(p_2 - y) = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung

$$det \begin{pmatrix} p_1 - x & q_1 - p_1 \\ p_2 - y & q_2 - p_2 \end{pmatrix} = 0 \qquad (**) \text{ ist.}$$

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar
$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \;\; \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form
$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung
$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung $(q_2 - p_2)(p_1 - x) - (q_1 - p_1)(p_2 - y) = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung
$det\begin{pmatrix} p_1 - x & q_1 - p_1 \\ p_2 - y & q_2 - p_2 \end{pmatrix} = 0 \qquad (**)$ ist.

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar

$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form

$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung

$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung $(q_2 - p_2)(p_1 - x) - (q_1 - p_1)(p_2 - y) = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung

$det \begin{pmatrix} p_1 - x & q_1 - p_1 \\ p_2 - y & q_2 - p_2 \end{pmatrix} = 0 \qquad (**)$ ist.

Geometrische Bedeutung der Gleichung $(**)$:

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar
$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form
$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung
$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung $(q_2 - p_2)(p_1 - x) - (q_1 - p_1)(p_2 - y) = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung
$det \begin{pmatrix} p_1 - x & q_1 - p_1 \\ p_2 - y & q_2 - p_2 \end{pmatrix} = 0 \qquad (**)$ ist.
Geometrische Bedeutung der Gleichung $(**)$:
Gerade $\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar

$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \;\; \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form

$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung

$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung $(q_2 - p_2)(p_1 - x) - (q_1 - p_1)(p_2 - y) = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung

$$det \begin{pmatrix} p_1 - x & q_1 - p_1 \\ p_2 - y & q_2 - p_2 \end{pmatrix} = 0 \qquad (**)$$ ist.

Geometrische Bedeutung der Gleichung $(**)$:

Gerade $\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \;\; \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ besteht aus der Punkte X, so dass die Menge $\{\overrightarrow{PX}, \overrightarrow{PQ}\}$

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar

$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form

$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung

$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung $(q_2 - p_2)(p_1 - x) - (q_1 - p_1)(p_2 - y) = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung

$det\begin{pmatrix} p_1 - x & q_1 - p_1 \\ p_2 - y & q_2 - p_2 \end{pmatrix} = 0 \qquad (**)$ ist.

Geometrische Bedeutung der Gleichung $(**)$:

Gerade $\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ besteht aus der Punkte X, so dass die Menge $\{\overrightarrow{PX}, \overrightarrow{PQ}\}$ linear abhängig ist.

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar
$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \;\text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form
$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \;\text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung
$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung $(q_2 - p_2)(p_1 - x) - (q_1 - p_1)(p_2 - y) = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung
$det\begin{pmatrix} p_1 - x & q_1 - p_1 \\ p_2 - y & q_2 - p_2 \end{pmatrix} = 0 \qquad (**)$ ist.

Geometrische Bedeutung der Gleichung $(**)$:
Gerade $\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \;\text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ besteht aus der Punkte X, so dass die Menge $\{\overrightarrow{PX}, \overrightarrow{PQ}\}$ linear abhängig ist. Da die Koordinaten des $-\overrightarrow{PX}$ sind $\begin{pmatrix} p_1 - x \\ p_2 - y \end{pmatrix}$

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar
$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form
$\left\{ \left(\begin{smallmatrix} p_1 \\ p_2 \end{smallmatrix}\right) + t \left(\begin{smallmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{smallmatrix}\right) \quad \text{wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung
$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung $(q_2 - p_2)(p_1 - x) - (q_1 - p_1)(p_2 - y) = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung

$$det \left(\begin{smallmatrix} p_1 - x & q_1 - p_1 \\ p_2 - y & q_2 - p_2 \end{smallmatrix}\right) = 0 \qquad (**)$$ ist.

Geometrische Bedeutung der Gleichung $(**)$:
Gerade $\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ besteht aus der Punkte X, so dass die Menge $\{\overrightarrow{PX}, \overrightarrow{PQ}\}$ linear abhängig ist. Da die Koordinaten des $-\overrightarrow{PX}$ sind $\left(\begin{smallmatrix} p_1 - x \\ p_2 - y \end{smallmatrix}\right)$ (wobei $\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right)$ die Koordinaten des Punkts X sind)

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar
$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form
$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung
$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung $(q_2 - p_2)(p_1 - x) - (q_1 - p_1)(p_2 - y) = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung

$$det \begin{pmatrix} p_1 - x & q_1 - p_1 \\ p_2 - y & q_2 - p_2 \end{pmatrix} = 0 \qquad (**) \text{ ist.}$$

Geometrische Bedeutung der Gleichung $(**)$:
Gerade $\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \ \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ besteht aus der Punkte X, so dass die Menge $\{\overrightarrow{PX}, \overrightarrow{PQ}\}$ linear abhängig ist. Da die Koordinaten des $-\overrightarrow{PX}$ sind $\begin{pmatrix} p_1 - x \\ p_2 - y \end{pmatrix}$ (wobei $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ die Koordinaten des Punkts X sind) und die Koordinaten des $\overrightarrow{PQ}$

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar
$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form
$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung
$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung $(q_2 - p_2)(p_1 - x) - (q_1 - p_1)(p_2 - y) = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung

$$det\begin{pmatrix} p_1 - x & q_1 - p_1 \\ p_2 - y & q_2 - p_2 \end{pmatrix} = 0 \qquad (**) \text{ ist.}$$

Geometrische Bedeutung der Gleichung $(**)$:
Gerade $\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ besteht aus der Punkte X, so dass die Menge $\{\overrightarrow{PX}, \overrightarrow{PQ}\}$ linear abhängig ist. Da die Koordinaten des $-\overrightarrow{PX}$ sind $\begin{pmatrix} p_1 - x \\ p_2 - y \end{pmatrix}$ (wobei $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ die Koordinaten des Punkts X sind) und die Koordinaten des $\overrightarrow{PQ}$ gleich $\begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix}$ sind,

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar
$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form
$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung
$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung $(q_2 - p_2)(p_1 - x) - (q_1 - p_1)(p_2 - y) = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung

$$det \begin{pmatrix} p_1 - x & q_1 - p_1 \\ p_2 - y & q_2 - p_2 \end{pmatrix} = 0 \qquad (**) \text{ ist.}$$

Geometrische Bedeutung der Gleichung $(**)$:
Gerade $\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ besteht aus der Punkte X, so dass die Menge $\{\overrightarrow{PX}, \overrightarrow{PQ}\}$ linear abhängig ist. Da die Koordinaten des $-\overrightarrow{PX}$ sind $\begin{pmatrix} p_1 - x \\ p_2 - y \end{pmatrix}$ (wobei $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ die Koordinaten des Punkts X sind) und die Koordinaten des $\overrightarrow{PQ}$ gleich $\begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix}$ sind, ist die Gleichung $(**)$ genau für die Punkte der Geraden erfüllt.

Seien $P \neq Q \in E_2$. Dann gibt es genau eine Gerade, die Punkte P und Q enthält, und zwar
$\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \;\text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ enhält die beiden Punkte. Also, falls die Punkte P und Q Koordinaten $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ haben, hat die Gerade die Form
$\left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix} \;\text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$. Nach $(*)$ ist dann die Gerade die Lösungmenge der Gleichung
$-(q_2 - p_2)x + (q_1 - p_1)y + (q_2 - p_2)p_1 - (q_1 - p_1)p_2 = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung $(q_2 - p_2)(p_1 - x) - (q_1 - p_1)(p_2 - y) = 0$, die Äquivalent zu der Gleichung

$$det \begin{pmatrix} p_1 - x & q_1 - p_1 \\ p_2 - y & q_2 - p_2 \end{pmatrix} = 0 \qquad (**) \text{ ist.}$$

Geometrische Bedeutung der Gleichung $(**)$:
Gerade $\left\{ P + t\overrightarrow{PQ} \;\text{ wobei } t \in \mathbb{R} \right\}$ besteht aus der Punkte X, so dass die Menge $\{\overrightarrow{PX}, \overrightarrow{PQ}\}$ linear abhängig ist. Da die Koordinaten des $-\overrightarrow{PX}$ sind $\begin{pmatrix} p_1 - x \\ p_2 - y \end{pmatrix}$ (wobei $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ die Koordinaten des Punkts X sind) und die Koordinaten des $\overrightarrow{PQ}$ gleich $\begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix}$ sind, ist die Gleichung $(**)$ genau für die Punkte der Geraden erfüllt.