Übungen zur Vorlesung "Elementare Differentialgeometrie" im Sommersemester 2005 bei PD Dr. V. Matveev

Blatt 08 16.06.2005

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf Ihr Blatt.

1. Sei c eine geschlossene reguläre Raumkurve, die ganz in einem abgeschlossenen Ball vom Radius 1 enthalten ist. Zeigen Sie: c hat in mindestens einem Punkt die Krümmung $\kappa \geq 1$.

2. **Isolierte Punkte**

   Gesucht sind hier Beispiele für Flächenstücke mit einem isolierten

   (a) elliptischen Punkt
   (b) hyperbolischen Punkt
   (c) parabolischen Punkt
   (d) eigentlichen Nabelpunkt
   (e) Flachpunkt.

   Finden Sie jeweils ein Beispiel (ein Bild reicht!) oder zeigen Sie, daß es keins gibt.

   HINWEIS: Mit einem isolierten Punkt ist hier ein Punkt gemeint, der die gesuchte Eigenschaft hat, so daß alle andere Punkte in einer Umgebung des Punktes diese Eigenschaft nicht besitzen.

3. **Enneperfläche ist eine Minimalfläche**

   Die Enneperfläche ist $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$

$$f(u_1, u_2) = \begin{cases} u_1 - \frac{u_1^3}{3} + u_1 u_2^2 \\ u_2 - \frac{u_2^3}{3} + u_2 u_1^2 \\ u_1^2 - u_2^2 \end{cases}.$$

   Zeigen Sie, dass die Enneperfläche eine Minimalfläche ist.

4. **Parallelflächen**

   Es sei $a > 0$ und $f : U \to \mathbb{R}^3$ ein eingebettetes Flächenstück mit Gauß-Krümmung K, mittlerer Krümmung H und mit $(1 - 2Ha + Ka^2) > 0$. Eine Parallelfläche zu f ist ein Flächenstück $\tilde{f}(x, y) := f(x, y) + a \cdot n(x, y)$ (wobei n das Normalvektorfeld ist.) Zeigen Sie, dass die Gauß-Krümmung und die mittlere Krümmung von $\tilde{f}$ durch

$$\tilde{K} = \frac{K}{1 - 2Ha + Ka^2} \quad \text{und} \quad \tilde{H} = \frac{H - Ka}{1 - 2Ha + Ka^2}$$

   gegeben sind.

Abgabe: Donnerstag, 23.06.2005, vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf Ihr Blatt

Internet: `http://home.mathematik.uni-freiburg.de/geometrie/difgeo/ElementareDiffgeo/`