Fachbereich Grundlagenwissenschaften
PD Dr. Hartmut Menzer
Wintersemester 2012/2013

Mathematik für Business Administration

Übungsaufgaben
Serie 2: Mengenlehre

1. Für die Mengen $M_1 = \{a, 1, 2, 4\}$ und $M_2 = \{a, b, 2, 3, 5, 6\}$ sind zu berechnen:
$$M_1 \cup M_2 \;, \quad M_1 \cap M_2 \;, \quad M_1 \setminus M_2 \; \text{ sowie } \; M_2 \setminus M_1 \;.$$

2. Schreiben Sie die Potenzmenge $\mathcal{P}(A)$ von $A = \{1, 7, 8\}$ auf.

3. Gegeben seien die Mengen $A = \{1, 3, 7\}$, $B = \{2, 3, 9\}$ und $C = \{2, 5, 9\}$.
Bestimmen Sie folgende Mengen:
   (a) $(A \cup B) \setminus C$,
   (b) $(A \cap B) \cup (C \setminus A)$,
   (c) $(A \setminus C) \cap (B \cup C)$.

4. Es seien die Grundmenge $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ sowie die Mengen $A = \{2, 4, 10\}$ und $B = \{2, 4, 8, 9\}$ gegeben.
Berechnen Sie:
   (a) $\overline{(A \cap B)} \setminus (A \cup B)$,
   (b) $\overline{(\overline{A} \cup B) \cap (\overline{B} \setminus A)}$.

5. Gegeben seien die folgenden Intervalle bzw. Halbstrahlen in $\Omega = \mathbb{R}$:
$$A = [-2, 10) \;, \quad B = (0, 1] \quad \text{sowie} \quad C = (2, \infty) \;.$$
Bestimmen Sie $\overline{A}$, $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$, $\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$, $A \setminus C$, $C \setminus A$, $B \setminus A$.

6. Bestimmen Sie das Komplement der folgenden Mengen bezüglich der jeweils angegebenen Grundmenge Ω:
   (a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, y \geq x + 1\}$, $\Omega = \mathbb{R}^2$,
   (b) $B = \{-1, 3, -3, 4, -5, ...\}$, $\Omega = \mathbb{Z}$ (ganze Zahlen) ,
   (c) $C = \{z \,:\, z = 4n + 1, n \in \mathbb{N}\}$, $\Omega = \mathbb{N}$.

7. Skizzieren Sie die folgenden Punktmengen in der x-y-Ebene:
   a) $x \cdot y = 4$ b) $3x - 2y \leq 4$
   c) $x^2 > 2 - y$ d) $|x| \leq y$.

8. Skizzieren Sie jeweils die Lösungsmenge folgender Systeme, die aus Gleichungen und/oder Ungleichungen bestehen, in der x-y-Ebene:
   a) $\begin{aligned} x + y - 3 &\leq 1 \\ x - y &\leq 1 \end{aligned}$ b) $\begin{aligned} x^2 + 1 &\leq y \\ y + x &> 4 \\ y &\leq 17 \end{aligned}$ c) $\begin{aligned} 2x^2 &\geq 4y + 1 \\ x + y &= 4 \,. \end{aligned}$

9. Gegeben seien die beiden Mengen $A = \{1, 2, 3\}$ und $B = \{3, 4\}$.
Bestimmen Sie die Produktmengen $A \times A$, $A \times B$ sowie $B \times A$.

10. Man definiert $A^2 = A \times A$, $A^3 = A^2 \times A = A \times A \times A$ usw.
Beschreiben Sie für $A = \{0, 1\}$ die Mengen A^2, A^3 und A^4.
Sei jetzt $A = [0, 1]$. Bestimmen Sie dafür A^2 und A^3.

11. Zur Wahl des Fachschaftsrates stellen sich 8 Studierende. Jeder der 2000 Wahlberechtigten kann maximal 3 Stimmen vergeben (ohne Stimmenhäufung). Über Anne, Bernd und Chris, die die meisten Stimmen auf sich vereinigen, sickern folgende Informationen durch: 1100 Wähler stimmen für Anne, davon 200 nur für Anne. 800 Wähler stimmen für Bernd, davon 100 ausschließlich für ihn. Genau 240 gaben nur Chris ihre Stimme, während 400 für Anne und Bernd stimmen. 600 Wahlberechtigte stimmen für Bernd und Chris. 500 stimmen für Anne und Chris und nicht für Bernd.
    Wieviele der Studierenden stimmen gleichzeitig für Anne, Bernd und Chris? Von wievielen wurde Chris gewählt? Wieviele kreuzten keinen der drei Namen an?

12. Eine Gaststätte bietet als Hauptgericht Forelle, Schnitzel und Gemüsestäbchen. Dazu können die 1000 Gäste Kartoffelpüree oder Naturreis wählen. Jeder Gast entscheidet sich für genau ein Hauptgericht und genau eine Beilage. 480 wählen Kartoffelpüree mit Schnitzel oder Forelle. 520 Personen aßen Fisch. Naturreis wurde von 460 Personen bevorzugt, wobei ihn doppelt so viele mit Fisch wie mit Fleisch kombinierten. 160 Gäste wählten die Gemüsestäbchen.
    Wieviele der Gäste entschieden sich für Gemüsestäbchen mit Naturreis, wieviele für Schnitzel mit Kartoffelpüree?

Hinweis: Verwenden Sie Venn-Diagramme zur Lösung von Aufgabe 11 und 12.