

## Mathematik für Business Administration

### Übungsaufgaben

#### Serie 8: Matrizen und lineare Gleichungssysteme

1. Mit den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ist zu berechnen (wenn möglich):

- a)  $2A + 3B$       b)  $B - 2A$       c)  $AB^T$       d)  $CA$   
e)  $DB$       f)  $CD$       g)  $DD^T$       h)  $B^TAC$  .

2. Überprüfen Sie, ob die Matrix  $X$  jeweils die inverse Matrix zu  $A$  ist:

a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  und  $X = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

b)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  und  $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -0 \end{pmatrix}$  .

3. Berechnen Sie die Matrizen  $A^2 = A \cdot A$ ,  $A^3 = A \cdot A \cdot A$  und allgemein  $A^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , für:

a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$       b)  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  .

4. Lösen Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme:

a) 
$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + 2x_3 &= 17 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 &= -9 \end{aligned}$$

b) 
$$\begin{aligned} 2u_1 - u_2 + u_3 + 2u_4 &= 5 \\ -2u_1 - u_2 + 2u_3 - u_4 &= -9 \\ 4u_1 - 2u_2 + u_3 - 2u_4 &= -7 \\ u_1 + u_2 - 2u_3 + 3u_4 &= 14 \end{aligned}$$

c) 
$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 3x_3 &= 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 &= 7 \\ 3x_1 + x_2 - 5x_3 &= 5 \end{aligned}$$

d) 
$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 &= 2 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 - x_5 &= 6 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 - 5x_5 &= 2 \end{aligned}$$

e) 
$$\begin{aligned} 3x_1 - 4x_2 + x_3 &= 1 \\ -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 3 \\ -x_1 + 2x_2 + 5x_3 &= 5 . \end{aligned}$$

5. In einem Container gibt es drei Arten von Behältern  $B_1, B_2, B_3$ . In jedem Behälter sind drei Sorten von Kugeln  $K_1, K_2, K_3$  in folgenden Stückzahlen enthalten:

	$K_1$	$K_2$	$K_3$
$B_1$	200	100	100
$B_2$	100	20	20
$B_3$	100	40	20

Desweiteren ist die Anzahl der 3 Kugelarten bekannt: 2200 Kugeln  $K_1$ , 940 Kugeln  $K_2$  und 740 Kugeln  $K_3$ . Wieviele Behälter  $B_1, B_2, B_3$  befinden sich in dem Container?

6. Nach einem Erdbeben soll in die betroffene Region ein Flugzeug mit Hilfsgütern entsandt werden, wobei die Kapazitäten bezüglich des Laderaumes, des Gewichtes und die zur Verfügung stehenden Geldmittel voll ausgeschöpft werden sollen.

	Volumen je Container in l	Gewicht je Container in kg	Kosten je Container in Euro
Blutkonserven	200	150	1000
Medikamente	300	100	300
Nahrungsmittel	80	60	400
Frischwasser	60	70	200
Kapazitäten	60 000	40 000	150 000

Es ist außerdem bekannt, daß Frischwasser am dringendsten benötigt wird und deshalb genau doppelt so viele Wassercontainer wie Container mit Blut und Medikamenten insgesamt verwendet werden sollen. Wieviele Container von jeder Sorte können unter diesen Umständen verschickt werden?

7. Für welchen reellen Parameter  $\mathbf{a}$  ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & 1 \\ -2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 3 \\ x_1 & - & 2x_2 & + & \mathbf{a} \cdot x_3 & = & -2 \end{array}$$

unlösbar?

8. Für welche  $p, q \in \mathbb{R}$  hat das lineare Gleichungssystem  $Ax = b$  mit

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 \\ -2 & 3 & 9 \\ -6 & 8 & 28 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ p \\ 2q \end{pmatrix},$$

keine, genau eine bzw. mehrere Lösungen? Geben Sie die Parameterlösung an.