

## Übungen Algebra/Zahlentheorie für Lehrer 2

### Blatt 1 und 2

#### **Aufgabe 1 (3,3,3,3,3)**

Man berechne von

- (a) der rationalen Zahl  $1999/231$  die reguläre Kettenbruchdarstellung.
- (b) dem regulären Kettenbruch  $[0;4,7,1,3,4,1,1,1,2]$  die zugehörige rationale Zahl.
- (c) der rationalen Zahl  $1455/888$  die reguläre Kettenbruchdarstellung.
- (d) Man bestimme zu den Zahlen von (a), (b) und (c) die ersten 3 Näherungsbrüche und die zugehörigen Medianten.
- (e) Man bestimme die Vorperiodenlänge „m“ und die Periodenlänge „l“ zu den Zahlen von (a),(b) und (c).

#### **Aufgabe 2 (3,3,3)**

- (a) Man bestimme zu den Zahlen von Aufgabe 1, (a), (b) und (c) die Dezimalbruchdarstellungen, indem man möglichst viele Nachkommastellen angibt, mindestens jedoch 12 Stellen.
- (b) Man vergleiche die Genauigkeiten der beiden Darstellungsarten durch die Angabe geeigneter Approximationen.
- (c) Man bestimme für die rationalen Zahlen von (a), (b) und (c) jeweils 2 verschiedene rationale Zahlen  $p/q$  und  $r/s$  (mit möglichst kleinen Nennern  $q$  und  $s$ ) derart, so dass ihre Differenz kleiner als  $1/100$  bzw. kleiner als  $1/1000$  wird.

#### **Aufgabe 3 (4)**

Man beweise, dass  $96 \mid (n^3 + 3n^2 - n - 3)(n + 1)$  für ungerade natürliche Zahlen gilt. Man verallgemeinere diese Teilbarkeitsaussage mittels weiterer Faktoren bzw. allgemeinerer Terme.

#### **Aufgabe 4 (4)**

Man beweise, dass die Summe von 5 aufeinanderfolgenden Quadratzahlen keine Quadratzahl sein kann. Gibt es Verallgemeinerungen zu dieser Problemstellung?

### **Zusatzaufgabe (6)**

Man bestimme die Vorperiodenlänge „m“ und die Periodenlänge „l“ von den folgenden rationalen Zahlen:

(a)  $1/3900$  , (b)  $1/4480$  , (c)  $1/1331$

in den Positionssystemen  $g=10$  und  $g=12$ .

**Hinweis:** Literatur z.B. Bundschuh : Einführung in die Zahlentheorie