H. Menzer, M.Müller

Ausgabe: 04.05.2010
Abgabe : 11.05./25.05.2010 (Blatt 5/6)

# Übungen Algebra/Zahlentheorie für Lehrer 2

Blatt 5 ( A1 und A2) , Blatt 6 (A3 und A4)

**Aufgabe 1 (3,3,6,6)**
Man beweise die Irrationalität von den folgenden reellen Zahlen unter Benutzung von **2 Varianten** :

(a) $\sqrt{6}$

(b) $\sqrt[3]{2+\sqrt[4]{7}}$

(c) $\sqrt{7n}+\sqrt[3]{5n},\ n=1,2,3$

(d) $\sin\gamma,\ \gamma:=\frac{\pi n}{18},\ n=1,2,3$

.

**Aufgabe 2 (2,2,2,2)**
Man typisiere die Struktur der beiden reellen Zahlen u und v bei vorgegebener rationaler bzw. irrationaler Zahl **w** in den nachfolgend formulierten Gleichungen:
.

(a) $u+v = w$

(b) $u-w = w$

(c) $u\cdot v = w$

(d) $\frac{u}{v} = w$

**Zusatzaufgabe (4,4)**
Gegeben sei ein besonders lecker schmeckender **„mathematischer Kuchen“,** d. h. eine Kreislinie k mit Mittelpunkt M und Durchmesser D. Das bedeutet, dass wir nur eine Kreisfläche und keinen zylindrisch geformten „Kuchen“ haben.
(a) Man „zerschneide den Kuchen“ derart, dass Stammbrüche als Kuchenstücke (d.h. rationale Zahlen mit Zähler a=1) entstehen, wenn der Kreisfläche der Zahlenwert 1 zugeordnet wird. Man gebe mindestens 3 Beispiele mit paarweise verschiedenen Stammbrüchen an.
Hinweis: Man verwende sogenannte vollkommene Zahlen (perfect numbers).
(b) Man zerschneide den Kuchen derart, dass sogenannte Deckabbildungen entstehen. Man gebe mindestens 3 nicht-triviale Beispiele für nicht-abelsche Gruppen an.

**Aufgabe 3 (3,3,6,6)**
Man bestimme den algebraischen Grad der in Aufgabe 1 genannten reellen Zahlen.

**Aufgabe 4**
Man beweise den folgenden Satz :
Wenn die algebraischen Zahlen u bzw. v vom Grad **k** bzw. **l** sind, dann ist auch
(a) $y := u + v$ algebraisch ,
(b) $z := u \bullet v$ algebraisch ,
(c) was lässt sich über den Grad von y bzw. z aussagen,
(d) was lässt sich über den Grad von u bzw. v aussagen , wenn y bzw. z jeweils festen Grad **m** haben ?