

Übungsaufgaben zur Vorlesung  
Elementare Algebra für Regelschullehrer  
Blatt 3

**Aufgabe 1: (2/2/2/4/2)**

Es sei  $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z})$  das vollständige Restsystem *mod* 6.

- Beweisen Sie, dass  $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, +)$  eine zyklische und abelsche Gruppe ist.
- Bestimmen Sie alle Untergruppen  $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, +)$ .
- Was können Sie über die algebraische Struktur  $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, \cdot)$  aussagen?
- Bestimmen Sie zwei Gruppen derart, wobei jeweils eine isomorph bzw. nicht isomorph (mit der selben Ordnung) ist. Begründen Sie ihre Aussagen.
- Bestimmen Sie die abstrakte Strukturtafel für eine Gruppe mit der Ordnung 6

**Aufgabe 2: (5/3/3/3)**

Es seien folgende Mengen gegeben:

$$Sym(3), E_6, \mathbb{P}_7, \mathbb{P}_{14}$$

und die Menge der Drehungen (mit dem Koordinatenursprung als Drehzentrum) eines regelmäßigen Sechsecks im Matrizen - bzw. Permutationskalkül.

- Bestimmen Sie diese Mengen und nennen Sie die Operationen, so dass sich Gruppen ergeben. Begründen Sie ihre Aussagen.
- Welche Gruppen sind zueinander isomorph bzw. nicht isomorph?
- Bestimmen Sie alle Untergruppen von diesen Gruppen.
- Welche Gruppen sind abelsch bzw. zyklisch?