

Übungsaufgaben zur Vorlesung  
Elementare Algebra für Regelschullehrer  
Blatt 4

**Aufgabe 1: (4/4/4)**

Für Gruppen mit acht Elementen existieren genau drei nicht-isomorphe abelsche Gruppen und eine nicht-abelsche Gruppe.

- a) Man gebe hierzu vier konkrete Gruppen an.
- b) Man bestimme von diesen Gruppen alle Untergruppen und typisiere diese.
- c) Man verallgemeinere die unter (a) genannten Beispiele zu abstrakten Gruppen.

Hinweis: Man bestimme geeignete Restklassengruppen, prime Restklassengruppen, Diedergruppen und Einheitswurzelgruppen.

**Aufgabe 2: (6)**

Man beweise, dass  $(\mathbb{Z}/11\mathbb{Z}, +, \cdot)$  ein Körper ist.

**Zusatzaufgabe: (2/2)**

Gegeben seien die beiden Permutationen  $p = (1524)$  und  $q = (15)(234)$  aus der Permutationsgruppe  $Sym(5)$  gegeben.

- a) Man bestimme alle Potenzen von  $p$  und  $q$ .
- b) Man bestimme die zyklischen Gruppen, die durch  $p$  bzw.  $q$  erzeugt werden.