

Übungsaufgaben zur Vorlesung  
Elementare Algebra für Regelschullehrer  
Blatt 5

**Aufgabe 1: (4/4/2)**

Gegeben seien die beiden Gruppen  $(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}, +)$  und  $(\mathbb{P}_{20}, \cdot)$

- Man untersuche die Isomorphie dieser beiden Gruppen.
- Man bestimme von diesen Gruppen alle Untergruppen und typisiere diese.
- Man gebe jeweils eine weitere Gruppe mit 8 Elementen an, die zu den o.g. Gruppen isomorph bzw. nicht-isomorph sind.

Hinweis: Man bestimme geeignete prime Restklassengruppen, Diedergruppen und Einheitswurzelgruppen.

**Aufgabe 2: (4/2/2/2)**

- Man beweise, dass die Isomorphie von Gruppen eine Äquivalenzrelation ist.
- Man beweise, dass bei der Isomorphie von Gruppen die neutralen Elemente aufeinander abgebildet werden.
- Man beweise, dass bei der Isomorphie von multiplikativen Gruppen gilt:  
Das Bild des Inversen ist gleich dem Inversen des Bildes.
- Man veranschauliche *a)* *b)* und *c)* an zwei Beispielen.

**Aufgabe 3: (3/1/2)**

In der Menge  $M = \{f(x) = ax + b, \quad a \neq 0, \quad a, b \in \mathbb{Q}\}$  wird durch  $f(x) \circ g(x) = f(g(x))$  eine zweistellige Operation  $\circ$  erklärt. Man erkläre zu dieser Menge

- algebraische Strukturen unter Verwendung der erklärten Operation,
- gebe das neutrale sowie
- das inverse Element an.