

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Elementare Algebra für Regelschullehrer
Blatt 5

Aufgabe 1: (4/4/2)

Gegeben seien die beiden Gruppen $(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}, +)$ und (\mathbb{P}_{20}, \cdot)

- Man untersuche die Isomorphie dieser beiden Gruppen.
- Man bestimme von diesen Gruppen alle Untergruppen und typisiere diese.
- Man gebe jeweils eine weitere Gruppe mit 8 Elementen an, die zu den o.g. Gruppen isomorph bzw. nicht-isomorph sind.

Hinweis: Man bestimme geeignete prime Restklassengruppen, Diedergruppen und Einheitswurzelgruppen.

Aufgabe 2: (4/2/2/2)

- Man beweise, dass die Isomorphie von Gruppen eine Äquivalenzrelation ist.
- Man beweise, dass bei der Isomorphie von Gruppen die neutralen Elemente aufeinander abgebildet werden.
- Man beweise, dass bei der Isomorphie von multiplikativen Gruppen gilt:
Das Bild des Inversen ist gleich dem Inversen des Bildes.
- Man veranschauliche a) b) und c) an zwei Beispielen.

Aufgabe 3: (3/1/2)

In der Menge $M = \{f(x) = ax + b, \quad a \neq 0, \quad a, b \in \mathbb{Q}\}$ wird durch $f(x) \circ g(x) = f(g(x))$ eine zweistellige Operation \circ erklärt. Man erkläre zu dieser Menge

- algebraische Strukturen unter Verwendung der erklärten Operation,
- gebe das neutrale sowie
- das inverse Element an.