

Übungsaufgaben zur Vorlesung  
Elementare Algebra für Regelschullehrer  
Blatt 8

**Aufgabe 1: (5/3/2)**

Gegeben sei ein Ring  $R = (M, +, \cdot)$  mit dem Einselement 1. Es werden zwei weitere Operationen  $\oplus$  und  $\odot$  durch  $x \oplus y := x + y + 1$  und  $x \odot y := xy + x + y$  definiert.

- Man beweise, dass dann ein neuer Ring  $R' = (M, \oplus, \odot)$  entsteht.
- Man prüfe, ob die beiden Ringe zueinander isomorph sind.
- Man verallgemeinere die beiden oben genannten Operationen durch Einführung von weiteren Parametern  $a, b \in M$ .

**Aufgabe 2: (7/3/2)**

Gegeben sei die Menge  $M = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$  und drei binäre Operationen  $\oplus, \odot, \otimes$  durch  
 $(a, b) \oplus (c, d) := (a + c, b + d)$ ,  
 $(a, b) \odot (c, d) := (ac, ad + bc)$  und  
 $(a, b) \otimes (c, d) := (ac + bc + bd, ad + bd)$ .

- Man beweise, dass  $(M, \oplus, \odot)$  ein kommutativer Ring ist und bestimme die Nullteiler.
- Zu welchem Element vom  $M$  gibt es bzgl.  $\odot$  reziproke Elemente?
- Man zeige, dass  $(M, \oplus, \otimes)$  kein Ring ist.