

# MATHEGAMI

## Mathematik - Origami - Unterricht

### Drittellung eines Kreises

Michael Schmitz

#### Zusammenfassung

In diesem kleinen Beitrag wird gezeigt, wie man ein kreisförmiges Papier in drei (sechs) gleichgroße Kreissektoren durch Falten aufteilen kann. Die Faltidee dazu resultiert aus der entsprechenden Konstruktion mit Zirkel und Lineal.

Soll in einen gegebenen Kreis ein regelmäßiges Sechseck mit Hilfe von Zirkel und Lineal einbeschrieben werden, muss man den Radius des Kreises mit dem Zirkel sechsmal auf dem Rand des Kreises abtragen (Bild 1). Die Begründung für die Richtigkeit dieser Konstruktion folgt daraus, dass sich im Kreismittelpunkt  $M$  die Ecken von sechs regelmäßigen Dreiecken treffen. Da jeder Innenwinkel eines regelmäßigen Dreiecks die Größe  $60^\circ$  hat, wird der Vollwinkel um  $M$  durch diese sechs Dreiecke vollständig und ohne Überlappungen bedeckt.

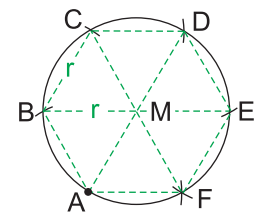


Bild 1

Nimmt man von diesen sechs Punkten auf dem Kreisrand jeden zweiten Punkt, so erhält man ein regelmäßiges Dreieck (Bild 2) welches dem Kreis einbeschrieben ist. Damit hat man auch eine Einteilung des Kreises in drei gleichgroße Sektoren erzeugt.

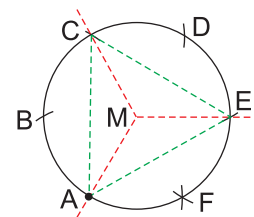


Bild 2

Zur Einteilung eines kreisförmigen Blattes kann man auf diese Idee zurückgreifen. Die Bildfolge 3a - 3d zeigt das Vorgehen.

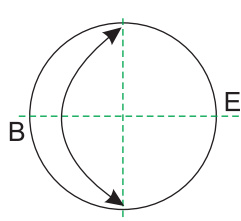


Bild 3a

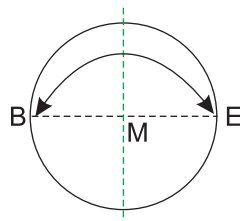


Bild 3b

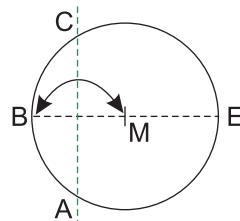


Bild 3c

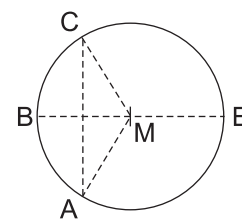


Bild 3d

Zuerst müssen wir den Mittelpunkt des Kreises bestimmen. Dazu wird der Kreis durch Falten halbiert. Der dadurch entstandene Kreisdurchmesser hat die Endpunkte  $B$  und  $E$  (Bild 3a). Nun falten wir  $B$  auf  $E$  und markieren nur die Faltung in einer kleinen Umgebung von  $BE$  (Bild 3b). Dadurch haben wir den Mittelpunkt  $M$  des Kreises gefunden. Falten wir jetzt  $B$  auf  $M$  (Bild 3c), so entsteht die Mittelsenkrechte von  $BM$ , die den Kreisrand in  $A$  und  $C$  trifft. Damit gilt aber  $|BC| = |MC| = r$  und  $|BA| = |MA| = r$  (Bild 3d). Folglich entspricht das Falten der Mittelsenkrechten zu  $BM$  dem Abtragen des Kreisradius auf dem Kreisrand von  $B$  aus. Damit sind  $A$ ,  $C$  und  $E$  drei Punkte, die den Kreisrand in drei gleichgroße Stücke zerlegen.

---

Falten wir nun noch die Faltnlinien von  $M$  zu  $A$  und zu  $C$ , so sind mit der Faltnlinie von  $M$  zu  $E$  drei gleichgroße Kreissektoren entstanden (Bild 4a).

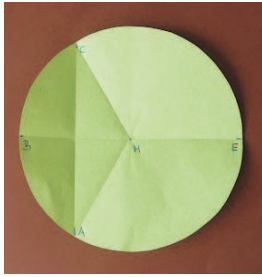


Bild 4a

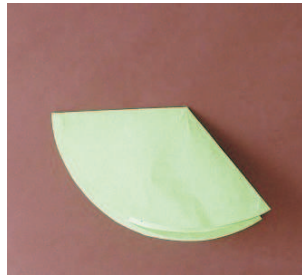


Bild 4b

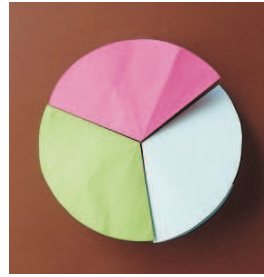


Bild 4c

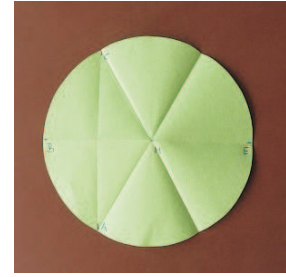


Bild 4d

Falten wir nun die so vorbereitete Kreisscheibe entlang  $BE$  zusammen, wobei vorher die bisherige Talfalte  $MB$  zu einer Bergfalte umgewandelt wird, so verschwindet  $MB$  im Inneren und so entsteht ein Kreissektor, der genau einem Drittel des Ausgangskreises entspricht (Bild 4b). Drei solche Sektoren lassen sich auch wieder zu einem ganzen Kreis zusammenlegen (Bild 4c).

Falten wir im kreisförmigen Papier (Bild 4a) die Linien  $MA$  und  $MC$  ganz durch den Kreis, so entsteht natürlich eine Einteilung des Kreises in sechs gleichgroße Sektoren. (Bild 4d).

Im Mathematikunterricht können sich nun zwei Wege empfehlen:

#### 1. Weg

Man faltet mit den Schülern die Teilung eines kreisförmigen Blattes nach Anleitung. Anschließend lässt man die Richtigkeit der Faltkonstruktion begründen.

#### 2. Weg:

Im Unterricht wird die Konstruktion eines regelmäßigen Sechseckes in einen gegebenen Kreis behandelt. Nun können die Schüler aufgefordert werden, eine entsprechende Faltung für ein kreisförmiges Papier zu entwickeln, sodass der Kreis in drei oder sechs gleichgroße Sektoren geteilt wird.

### Schlussbemerkung

Die hier gezeigten Faltbeispiele sollen Anregungen geben, im Mathematikunterricht unserer Schulen das Falten von Papier zu nutzen, um mathematische Inhalte entdecken zu lassen, einzuführen oder zu üben. Die Möglichkeiten dazu sind vielfältig.

Auf der Internetseite [www.mathegami.de](http://www.mathegami.de) findet man weitere Beispiele. Ich würde mich freuen, von Ihnen Hinweise, Anregungen oder Erfahrungsberichte zu dieser Thematik zu erhalten. Schreiben Sie mir eine E-Mail ([michael.schmitz@uni-jena.de](mailto:michael.schmitz@uni-jena.de)) oder benutzen Sie das Forum auf der oben genannten Internetseite.