MATHEGAMI

Mathematik - Origami - Unterricht

www.mathegami.de Mai 2011

Ein Schmetterlingsball

Michael Schmitz

Zusammenfassung

Hier wird ein Körper beschrieben, der seinen Namen alle Ehre macht.

Die Module sind leicht zu falten, der Zusammenbau ohne zusätzliche Hilfsmittel ist schwierig. Deshalb wird zu diesem Körper eine Schachtel konstruiert, in der man den Körper leichter zusammensetzen kann.

Wenn man dies geschafft hat, nimmt man ihn vorsichtig aus der Schachtel, wirft in ihn die Höhe und beim Herunterfallen zerstört man ihn mit der Hand. Seine Module sinken nun wie kleine Schmetterlinge zu Boden.

Der Schmetterlingsball wird aus zwölf gleichen Modulen zusammengesetzt. Beim Zusammenbau stellt man schnell fest, dass der Körper sehr instabil ist. Wirft man diesen Körper vorsichtig nach oben und schlägt mit der Hand von unten gegen den fallenden Körper, dann zerfällt er in seine einzelnen Module, die nun wie kleine Schmetterlinge zum Boden trudeln. Daher trägt dieser Körper auch den Namen Schmetterlingsball.

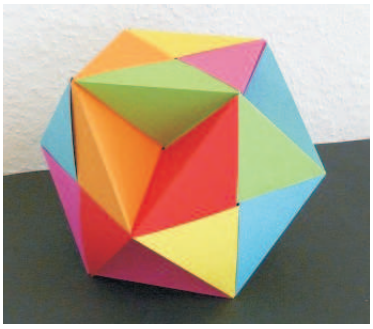

Bild 1

Der Schmetterlingsball wird in [1], (S. 93ff.) beschrieben. Für diesen Körper benötigen wir zwölf Module. Jeder dieser Module entsteht aus einem quadratischen Faltpapier mit der Seitenlänge a. Die Faltanleitung ist den Bildern 2a, 2b und 2c zu entnehmen. Bild 2d zeigt ein Foto des fertigen Moduls.

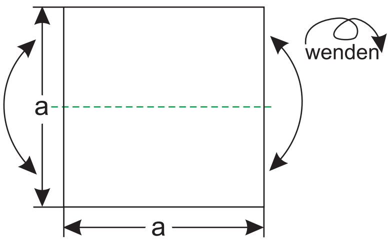

Bild 2a

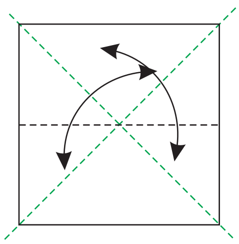

Bild 2b

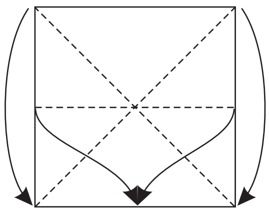

Bild 2c

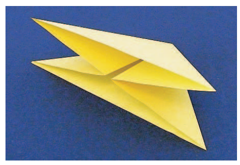

Bild 2d

Alle zwölf Module werden nun so aufgerichtet, dass jeder Modul mit einem Dreieck auf dem Tisch liegt und das andere Dreieck senkrecht zum Tisch steht. Bild 3a zeigt einen solchen Modul. Nun werden die Module zusammengesetzt. Dabei müssen wir bedenken, dass jede quadratische Seitenfläche des Schmetterlingsballs durch Dreiecke von zwei Modulen gebildet wird. Die nach innen gehenden Ecken des Körpers werden von den nach innen gefalteten kleinen Dreiecken der Module geformt. Im Bild 3b sind zwei Module gezeigt, im Bild 3c vier Module, von oben gesehen, wie sie zusammengesetzt werden. Anschließend werden vier weitere Module an den Seiten eingefügt und zum Abschluss vier Module für die Deckfläche. Wir merken sehr schnell, dass dieser Zusammenbau sehr schwierig ist, denn die Module halten sehr schlecht zusammen.

Für den Zusammenbau des Körpers erweist es sich als vorteilhaft, wenn wir uns eine Schachtel bauen, in der wir den Körper zusammensetzen können. In [1] wird ebenfalls eine solche traditionelle Schachtel, die aus einem quadratischen Faltpapier hergestellt wird, beschrieben.

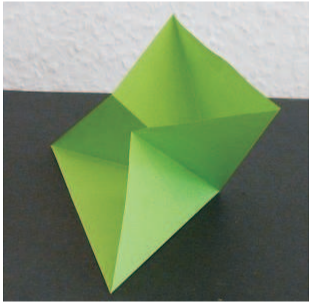

Bild 3a

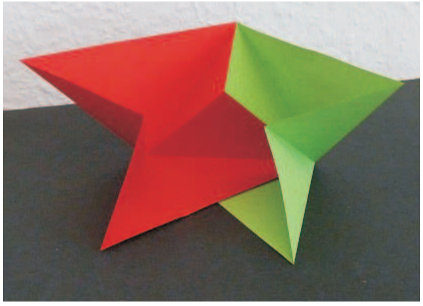

Bild 3b

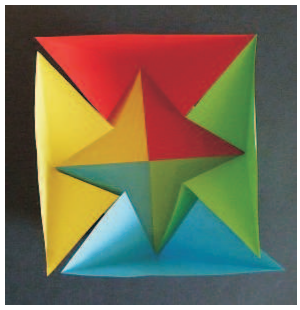

Bild 3c

Für diese Schachtel starten wir mit einem quadratischen Faltpapier mit der Kantenlänge b. Zuerst falten wir die zu den Kanten parallelen Mittellinien und dann die Diagonalen, wie es im Bild 4a bzw. 4b gezeigt ist. Nun werden die Ecken des Quadrates zum Quadratmittelpunkt hin umgefaltet (Bild 4c). Dadurch entsteht ein neues kleines Quadrat. Wir falten weiter, wie es die Bilderfolge bis Bild 4h zeigt.

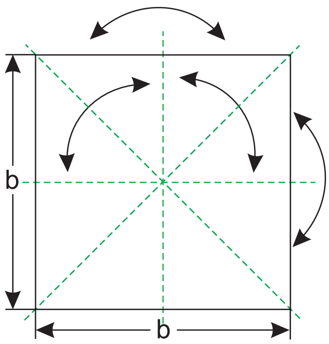

Bild 4a

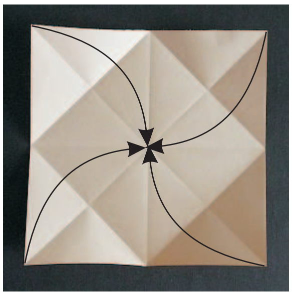

Bild 4b

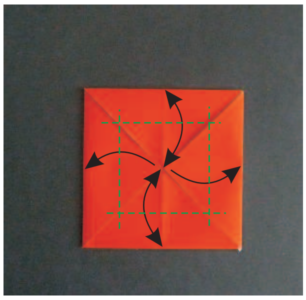

Bild 4c

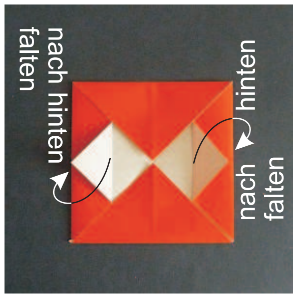

Bild 4d

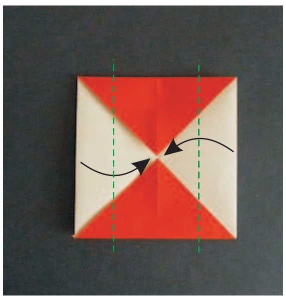

Bild 4e

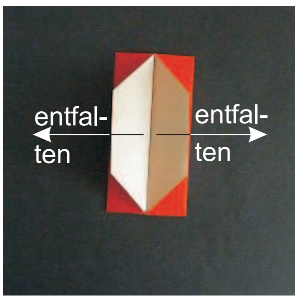

Bild 4f

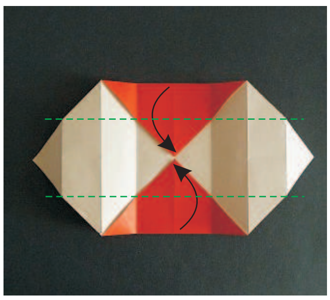

Bild 4g

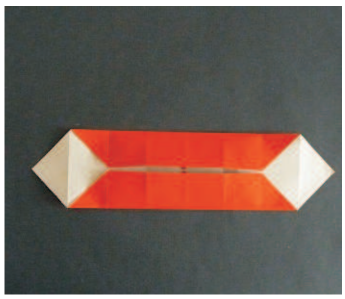

Bild 4h

Nun richten wir die in Bild 4h umgefalteten Teile senkrecht nach oben, wie es im Bild 4i zu sehen ist. Diese Teile werden Seitenwände der Schachtel.

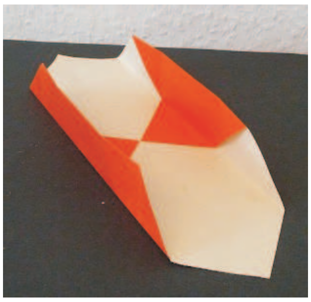
Bild 4i

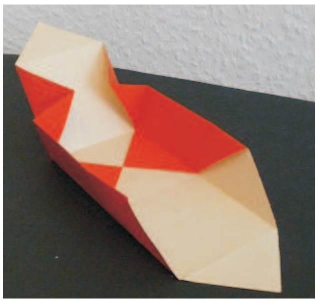
Bild 4j

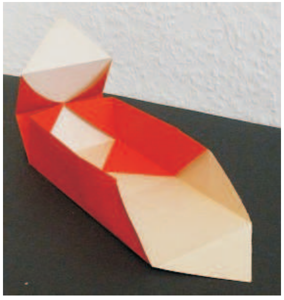
Bild 4k

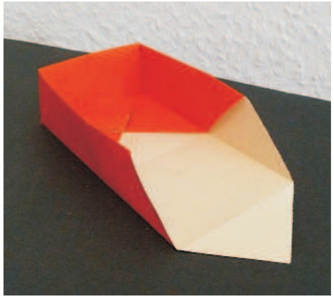
Bild 4l

Die Bilder 4j, 4k und 4l zeigen, wie die dritte Seitenwand der Schachtel entsteht. Die vierte Seitenwand entsteht analog. Im Bild 4m ist die fertige Schachtel zu sehen.

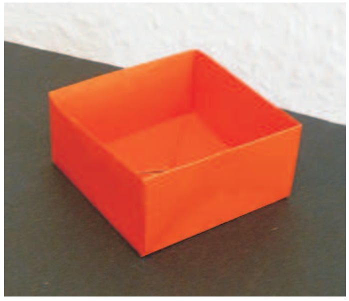
Bild 4m

Nun müssen wir uns überlegen, welche Größe wir für das Ausgangspapier der Schachtel wählen müssen, damit diese sich für den Aufbau des Schmettelingsballs eignet. Dazu bedenken wir, dass der Schmetterlingsball sechs quadratische Seitenflächen hat, die sich als Teile der Seitenflächen eines umbeschriebenen Würfels auffassen lassen. Dieser umbeschriebene Würfel hat die Kantenlänge $w = 2 \cdot \frac{a}{2} = a$. Die Kantenlänge dieses Würfels stimmt also mit der Kantenlänge des Ausgangspapiers für die Module des Schmetterlingsballs überein.

Damit wir nun die Kantenlänge b (in Abhängigkeit von a) bestimmen können, falten wir die Schachtel wieder auseinander, betrachten das Faltmuster und markieren die Grundfläche der Schachtel (Bild 5). Wir erkennen, dass die Diagonale in diesem Quadrat die Länge $4w$, also $4a$ hat. Folglich ist $b = 2a\sqrt{2}$. Dies ist aber die doppelte Länge einer Diagonalen des Ausgangsquadrates (Kantenlänge a) für die Module des Schmetterlingballs.

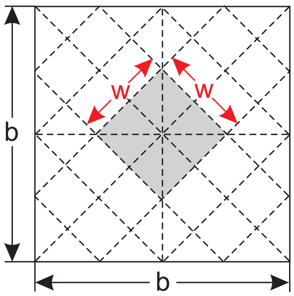

Bild 5

Für unsere Schachtel benötigen wir also ein Quadrat mit der Kantenlänge $b = 2a\sqrt{2}$. Aus technischen Gründen sollten wir diese Kantenlänge 2 - 3 mm größer wählen, damit wir beim Zusammenbau des Körpers in der Schachtel etwas ‘Spiel’ haben. Wenn wir eine passende Schachtel gefaltet haben, beginnen wir mit vier Modulen, die wir auf der Grundfläche der Schachtel anordnen. Anschließend vervollständigen wir die vier Seiten. Am Ende kommt die Deckfläche dran. Der fertige Aufbau ist im Bild 6 zu sehen.

Nun kann man den Schmetterlingsball vorsichtig aus der Schachtel herausnehmen und wie am Anfang beschrieben verfahren.


Bild 6

Betrachten wir den Schmetterlingsball, so kommt uns dieser bekannt vor. Es handelt sich nämlich um eine Variante des Kolumbuswürfels. Beim Kolumbuswürfel (vgl. [2]) ist nur eine Ecke eines Würefels nach innen gefaltet. Faltet man allerdings alle acht Ecken eines Würfels nach innen, wie dies auch in [2] beschrieben wurde, so entsteht eine Körper, der unserem Schmetterlingsball entspricht. Die Module, die wir dort verwendet haben, unterscheiden sich von diesen hier und der Würfel mit den acht nach innen gefalteten Ecken hält auch besser zusammen. Damit lässt er sich aber nicht als Schmetterlingsball verwendet.

Literatur

[1] Hull, Thomas: *Projact Origami*. Taylor & Francis Ltd., 2006.

[2] Schmitz, Michael: *Der Kolumbuswürfel*. Mathegami, September, 2009.

Schlussbemerkung

Die hier gezeigten Faltbeispiele sollen Anregungen geben, im Mathematikunterricht unserer Schulen das Falten von Papier zu nutzen, um mathematische Inhalte entdecken zu lassen, einzuführen oder zu üben. Die Möglichkeiten dazu sind vielfältig.

Auf der Internetseite `www.mathegami.de` findet man weitere Beispiele.

Ich würde mich freuen, von Ihnen Hinweise, Anregungen oder Erfahrungsberichte zu dieser Thematik zu erhalten. Schreiben Sie mir eine E-Mail (michael.schmitz@uni-jena.de) oder benutzen Sie das Forum auf der oben genannten Internetseite.